

KIẾN THỨC NỘI DUNG TOÁN ĐỂ DẠY HỌC TÍCH PHÂN CỦA GIÁO VIÊN TOÁN TƯƠNG LAI

Nguyễn Lộc Trường Tài¹,
Nguyễn Thị Duyên^{2,+}

¹Trường THPT Long Phước; ²Trường Đại học Sư phạm - Đại học Huế
+ Tác giả liên hệ • Email: nguyenthiduyendhsp@gmail.com

Article history

Received: 10/12/2021

Accepted: 09/01/2022

Published: 20/02/2023

Keywords

Pre-service Math teachers,
mathematics knowledge for
teaching, integral

ABSTRACT

In recent years, mathematics knowledge for teaching calculus has increasingly captured mathematics educators' attention. However, in Vietnam, literature on this topic is still limited. This study examines prospective mathematics teachers' content knowledge for teaching integral. The research instruments are the integral problems designed to measure general and specialized content knowledge based on the model of mathematical knowledge for teaching suggested by Ball et al. (2008). The data was analyzed quantitatively and qualitatively. The research results initially revealed the linear relationship between pre-service mathematics teachers' general content knowledge and specialized content knowledge for teaching integral.

1. Mở đầu

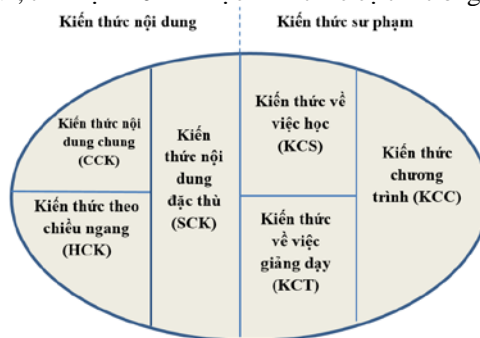
Giải tích cùng với các tính chất và ứng dụng của nó là một chủ đề khá trừu tượng với hầu hết HS ở cấp THPT và cả sinh viên ở bậc đại học. Phần lớn HS THPT lúng túng và gặp khó khăn khi học các nội dung của giải tích nói chung và nguyên hàm, tích phân nói riêng. Các em có thể thực hiện khá thành thạo các phép tính (Kouropatov và Dreyfus, 2014) nhưng gặp khó khăn khi giải các bài toán đòi hỏi hiểu biết mang tính khái niệm và giải quyết vấn đề (Hashemi và cộng sự, 2015). Điều đó bắt nguồn từ việc người học chưa nắm bắt được bản chất của các khái niệm giải tích, đặc biệt là chưa nắm được nghĩa của các khái niệm đó trong bối cảnh cụ thể.

Để giúp người học hiểu được bản chất của các khái niệm giải tích nói chung, nguyên hàm và tích phân nói riêng, nhiều tiếp cận dạy học đã được các nhà nghiên cứu trong và ngoài nước đề xuất. Một số nghiên cứu đề cập đến việc sử dụng công nghệ và phần mềm như là một công cụ hữu hiệu để giúp người học kiến tạo được các kiến thức liên quan đến nguyên hàm và tích phân. Bullock và các cộng sự (2021) đã sử dụng Geogebra để giúp các GV toán THCS tương lai hiểu được bản chất của khái niệm tích phân xác định. Thông qua việc khám phá kiến thức liên quan đến tích phân xác định với sự hỗ trợ của Geogebra, các giáo viên toán tương lai (GVTTTL) nhanh chóng nắm bắt và sử dụng được các tính năng hữu ích của phần mềm dạy học toán này như trực quan và động để khám phá bản chất của tích phân xác định. Một số nghiên cứu khác đề cập đến việc sử dụng đa dạng biểu diễn để giúp người học giải quyết các vấn đề liên quan đến khái niệm nguyên hàm và tích phân (Delice và Sevimli, 2010). Nghiên cứu của các tác giả này chỉ ra rằng khả năng sử dụng đa dạng biểu diễn trong giải quyết vấn đề tích phân của GVTTTL còn hạn chế. Một số GVTTTL chỉ đạt được các cấp độ thấp trong năng lực giải quyết vấn đề nếu chỉ sử dụng một loại biểu diễn trong quá trình giải quyết vấn đề. Kouropatov và Dreyfus (2014) đã đề xuất một tiếp cận dạy học để giúp người học nắm bắt được bản chất của khái niệm tích phân dựa trên ý tưởng toán học về sự tích lũy. Kết quả của nghiên cứu đó cho thấy hầu hết HS đã hiểu được khái niệm tích phân để chuẩn bị cho nội dung học tập tiếp theo.

Cụ thể hóa mô hình trí tuệ cơ bản (basic mental model) vào khái niệm tích phân, Greefrath và cộng sự (2021) đã đề xuất bốn mô hình trí tuệ cơ bản của tích phân: + *Mô hình diện tích* (AR) đề cập ý tưởng xem tích phân là phần diện tích giới hạn bởi các đường. + *Mô hình kiến thiết* (RE), thiết lập mối liên hệ giữa toán học và thực tế, được kích hoạt bởi các bài toán theo hướng ứng dụng. Mô hình kiến thiết xem tích phân xác định của một hàm f đại diện cho tốc độ biến đổi của một đại lượng là tổng biến thiên của đại lượng này trong một khoảng nhất định. + *Mô hình giá trị trung bình* (AV), theo định lý giá trị trung bình của phép tính tích phân, tích phân có thể được hiểu trong mối liên hệ với giá trị trung bình. Nếu hàm f liên tục trên khoảng $[a; b]$ thì tồn tại $\xi \in [a, b]$ sao cho $f(\xi) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$. Theo cách nhìn hình học, diện tích nằm dưới đồ thị của f trên khoảng $[a, b]$ và hình chữ nhật có chiều rộng $b - a$ và chiều cao $f(\xi)$ có cùng diện tích. Do đó, giá trị của tích phân của một hàm số đã cho trên một khoảng chia cho độ dài của khoảng này là giá trị hàm trung bình trên khoảng này. + *Mô hình tổng tích lũy*: xem tích phân xác định của một hàm là giới hạn của tổng Dacbu trên và tổng Dacbu dưới.

Nghiên cứu về kiến thức để dạy học của GV là một chủ đề thu hút sự quan tâm của nhiều nhà nghiên cứu trên thế giới và trong nước. Kể từ công trình có tính tiên phong của Shulman (1986) về kiến thức để dạy học của GV, nhóm nghiên cứu của Ball và cộng sự (2008) đã phát triển một mô hình kiến thức toán mà GV cần có để dạy học toán hiệu quả, được biết đến với tên gọi là MKT. Mô hình kiến thức toán để dạy học của Ball và cộng sự (2008) có ý nghĩa quan trọng trong lĩnh vực nghiên cứu về phát triển năng lực nghiệp vụ cho GV. Mô hình này được nhiều nhà nghiên cứu trên thế giới vận dụng để đánh giá và phát triển các lĩnh vực kiến thức toán để dạy học các chủ đề toán cụ thể. Chẳng hạn, Döhrmann và cộng sự (2012) đã phát triển một mô hình đánh giá năng lực nghiệp vụ của GV toán ở nhiều nước trong khuôn khổ chương trình đánh giá quốc tế TIMSS. Kwon, Thames và Pang (2012) đã điều chỉnh bộ công cụ đánh giá kiến thức để dạy học cho phù hợp với bối cảnh của Hàn Quốc. Qian và Youngs (2014) đã nghiên cứu ảnh hưởng của chương trình đào tạo đến kiến thức dạy học của GV ở 5 nước từ dữ liệu của TEDS-M. Wilkie và Clark (2015) thiết kế các nhiệm vụ toán dựa trên mô hình MKT để phát triển kiến thức cho GV trong dạy học tư duy hàm. Ở Việt Nam, đã có một số nghiên cứu vận dụng mô hình MKT để đánh giá và phát triển kiến thức toán của GVTTTL để dạy học một số chủ đề toán ở cấp THPT như đạo hàm (Lien và Minh, 2018), dạy học biểu đồ thống kê (Phuong và Minh, 2018), dạy học hàm số liên tục (Nguyễn Thị Duyên, 2021).

Mô hình kiến thức để dạy học toán chỉ ra rằng GV toán và GVTTTL cần biết những kiến thức nào để thực hiện công việc dạy học một cách hiệu quả, thể hiện ở 6 lĩnh vực kiến thức cụ thể trong mô hình sau:



Hình 1. Mô hình các kiểu kiến thức toán để dạy học (Ball và cộng sự, 2008)

Việc điều chỉnh và phát triển mô hình kiến thức toán vào dạy học một số yếu tố giải tích và thống kê đã được nhiều nhà nghiên cứu tiến hành. Tuy nhiên, các nghiên cứu về kiến thức để dạy học nguyên hàm và tích phân của GVTTTL hầu như chưa được đề cập đến. Do đó cần tìm hiểu và đánh giá kiến thức toán để dạy học nguyên hàm và tích phân của các GVTTTL để có những đề xuất phù hợp về vấn đề đào tạo GV toán. Nghiên cứu này tập trung tìm hiểu và đánh giá kiến thức nội dung để dạy học tích phân của các GVTTTL. Nghiên cứu này được tiến hành nhằm tìm câu trả lời cho câu hỏi nghiên cứu đặt ra là “Kiến thức nội dung toán để dạy học tích phân của GVTTTL hiện nay như thế nào?”. Dựa trên mô hình MKT của Ball và cộng sự, chúng tôi đã cụ thể hóa mô hình MKT vào dạy học tích phân. Cụ thể, chúng tôi đã chỉ ra các đặc trưng của các kiểu kiến thức cụ thể trong mô hình MKT vào chủ đề tích phân.

Các chỉ số liên quan đến kiểu kiến thức nội dung chung (CCK): + Trả lời hay giải đúng bài toán về chủ đề tích phân: tính tích phân của hàm số trên một đoạn, ứng dụng tích phân để tính diện tích giới hạn bởi các đường, thể tích của vật thể... + Nhận ra, sử dụng đúng những khái niệm, thuật ngữ, kí hiệu toán liên quan đến tích phân: tích phân, cận, phép đổi biến, tích phân từng phần,... + Nhận ra, sử dụng những quy trình, thuật toán, công thức toán phổ biến như công thức tích phân, diện tích hình phẳng, thể tích vật thể và vật thể tròn xoay,... + Nhận ra tính đúng, sai của một câu trả lời cho một câu hỏi liên quan đến tích phân trong bối cảnh thực tế.

Các chỉ số liên quan đến kiểu kiến thức nội dung đặc thù (SCK): + Bình luận, lí giải về tính đúng, sai của câu trả lời của HS liên quan đến các nội dung cụ thể trong chủ đề tích phân. + Sử dụng một biểu diễn hoặc liên kết các loại biểu diễn khác nhau tích phân để giúp người học hiểu được bản chất và ý nghĩa tích phân để giải quyết vấn đề. + Đánh giá, điều chỉnh các nội dung toán trong chủ đề tích phân cho phù hợp với HS. + Sửa đổi một nhiệm vụ toán sao cho nó dễ hơn hoặc khó hơn đối với HS, phù hợp với sự phân hóa của các đối tượng HS. + Lựa chọn, phát triển các định nghĩa về các nội dung trong chủ đề tích phân sao cho dễ hiểu và dễ nắm bắt hơn đối với HS.

2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Phương pháp nghiên cứu

Thiết kế và đối tượng tham gia nghiên cứu: Để đánh giá kiến thức nội dung toán để dạy học tích phân của các GVTTTL, chúng tôi đã khảo sát 50 GVTTTL (sinh viên năm thứ 4) ở Trường Đại học Sư phạm - Đại học Huế. Những

GVTTL này đã học xong các học phần lí luận và phương pháp dạy học tại trường sư phạm và chuẩn bị cho kì thực tập sư phạm ở trường THPT. Vì thế các GVTTL đã được trang bị đầy đủ các kiến thức về toán và phương pháp dạy học môn toán, có hiểu biết ban đầu về kiến thức toán để dạy học.

Công cụ nghiên cứu: Dựa vào sự phân loại các kiểu kiến thức nội dung trong mô hình MKT và bộ chỉ số đánh giá các kiểu kiến thức nội dung để dạy học chủ đề tích phân, chúng tôi sử dụng bốn nhiệm vụ liên quan đến tích phân để làm công cụ nghiên cứu. Trong đó, mỗi nhiệm vụ toán đề cập đến 2 kiểu kiến thức là kiến thức nội dung chung và kiến thức nội dung đặc thù. Trong bài báo này chúng tôi chỉ tập trung đánh giá hai kiểu kiến thức nội dung là kiến thức nội dung chung và kiến thức nội dung đặc thù về tích phân của GVTTL.

Phương pháp thu thập dữ liệu: Các GVTTL sẽ tiếp nhận các nhiệm vụ học tập liên quan đến tích phân, hoàn thành 4 nhiệm vụ học tập trong vòng 60 phút và viết kết quả vào phiếu khảo sát. Chúng tôi sử dụng phương pháp phân tích định lượng và định tính, sử dụng các ghi chú, bài làm của GVTTL để mô tả hai loại kiến thức nội dung dành cho việc dạy tích phân.

2.2. Một số kết quả

2.2.1. Kiến thức nội dung chung về tích phân của giáo viên toán tương lai

Kết quả phiếu khảo sát đầu vào cho thấy kiến thức nội dung chung của GVTTL về tích phân phân hóa, từ mức trung bình đến khá và mức tốt. Phần lớn GVTTL đạt được mức khá và tốt trong kiến thức nội dung chung để dạy học tích phân. Tuy nhiên, vẫn còn một bộ phận nhỏ GVTTL thể hiện sự thiếu sót trong việc giải quyết các vấn đề đòi hỏi kiến thức nội dung chung về tích phân. Bảng sau mô tả mức độ về kiến thức nội dung chung mà các GVTTL đạt được khi tham gia vào đợt khảo sát:

Bảng 1. Kiến thức nội dung chung về tích phân của GVTTL

Mức độ	Mức yếu	Mức trung bình	Mức khá	Mức tốt
Số lượng	0	10	35	5
Phần trăm	0%	20%	70%	10%

Một số GVTTL có kiến thức nội dung chung khá tốt về các vấn đề toán thuần túy liên qua đến tích phân. Họ nắm bắt được định nghĩa của tích phân, nhận ra được các tính chất của hàm số bằng biểu diễn đồ thị như giá trị của hàm số không âm, tăng hoặc giảm, từ đó liên hệ chúng với định nghĩa và tính chất của tích phân và hoàn thành được nhiệm vụ mà GV yêu cầu. Có 5% GVTTL hoàn thành tốt các vấn đề đòi hỏi hiểu biết về kiến thức nội dung toán

chung. Chẳng hạn, với yêu cầu vẽ đồ thị của hàm $F(x) = \int_{-2}^x f(t)dt$ khi biết đồ thị của hàm số $y = f(x)$,

GVTTL1 đã nhận thấy hàm số $y = f(x)$ nhận giá trị dương nên hàm số $y = F(x)$ là một hàm tăng, hơn nữa trong khoảng mà hàm số $y = f(x)$ giảm thì đồ thị của hàm số $y = F(x)$ một đường cong lõm và trong khoảng mà hàm số $y = f(x)$ tăng thì đồ thị của hàm số $y = F(x)$ là một đường cong lồi. GVTTL1 cũng áp dụng tính chất

$\int_a^a f(x)dx = 0$ để xác định giá trị của hàm số $F(x) = \int_{-2}^x f(t)dt$ tại $x = -2$ là 0. Bài làm của GVTTL1 thể hiện

được hiểu biết khá vững chắc của bản thân về tích phân:

Nhiệm vụ 1: Cho f là một hàm số liên tục, xác định trên $[-2; +\infty)$ và $f(x) > 0$ với mọi $x \geq -2$. Hàm số f có đồ thị là đường cong \mathcal{C} như hình bên.

Biết rằng hàm số $F(x) = \int_{-2}^x f(t)dt$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $[-2; +\infty)$ hay $F'(x) = f(x)$.

1. Anh (Chị) hãy vẽ đồ thị của hàm số $y = F(x)$. Giải thích vì sao anh chị có thể vẽ được như vậy.

• $F'(x) = f(x) > 0 \forall x \geq -2$ nên $F(x)$ đồng biến $\forall x \in [-2; +\infty)$.

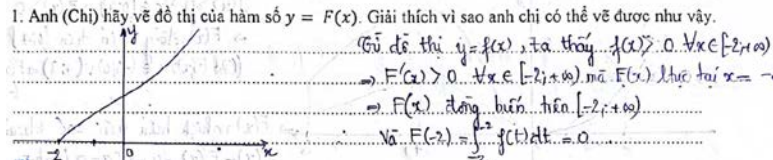
• $F(-2) = \int_{-2}^{-2} f(t)dt = 0$.

• $S_{\text{tích phân}} = \int_{-2}^0 f(t)dt < S_{\text{tích phân}} = \int_{-2}^2 f(t)dt < \frac{1}{2}$.

• $f(x)$ giảm đồng biến $(-2; 0)$ và đồng biến $(0; +\infty)$ nên $(-2; 0)$ là lõm $f(x)$ lồi và $(0; +\infty)$ là lồi $f(x)$ lõm.

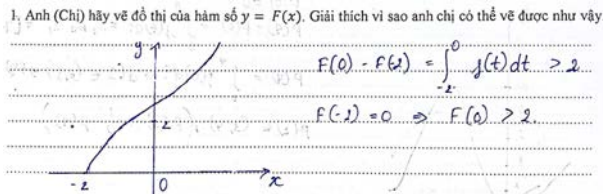
Hình 2. Kiến thức nội dung chung về tích phân của GVTTL1 với nhiệm vụ 1

Có đến 70% GVTTL thể hiện được mức độ khá trong kiến thức nội dung chung về tích phân. Đối với nhiệm vụ trên, những GVTTL này vẽ được đồ thị của hàm số $F(x) = \int_{-2}^x f(t)dt$. Họ dựa vào tính chất hàm số $y = f(x)$ dương để kết luận hàm số $y = F(x)$ tăng và nhận biết được $F(-2) = \int_{-2}^{-2} f(t)dt = 0$ nhưng không giải thích được tính lồi lõm của đồ thị hàm số $y = F(x)$ dựa vào đồ thị của hàm số ban đầu. Bài làm của GVTTL2 thể hiện được ý tưởng của phần lớn GVTTL tham gia vào đợt khảo sát:



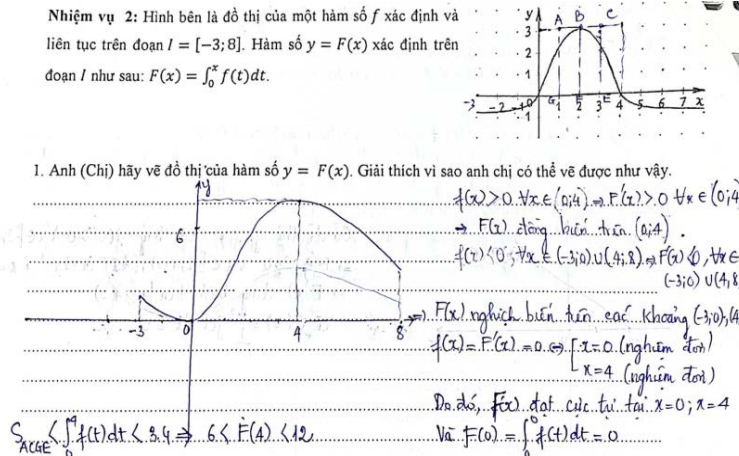
Hình 3. Kiến thức nội dung chung về tích phân của GVTTL2 với nhiệm vụ 1

Một số GVTTL nắm được tính chất $F(-2) = \int_{-2}^{-2} f(t)dt = 0$ và nhận ra được phần diện tích dưới đồ thị hàm số, trực hoành, và hai đường thẳng $x = -2$; $x = 0$ lớn hơn 2 từ đó xác định được $F(0) > 2$ nhưng không giải thích vì sao hàm $y = F(x)$ tăng và vẽ đồ thị như vậy. Bài làm của GVTTL3 thể hiện sự thiếu sót về kiến thức nội dung chung về nguyên hàm và tích phân:



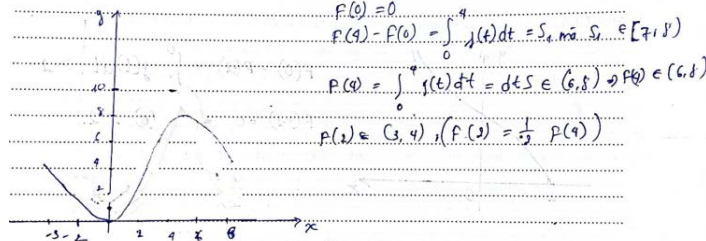
Hình 4. Kiến thức nội dung chung về tích phân của GVTTL3 với nhiệm vụ 1

Với nhiệm vụ 2, các GVTTL hầu hết đạt được mức khá về kiến nội dung chung. Những GVTTL này chỉ xét đến dấu của hàm số $y = f(x)$ để nêu ra tính chất tăng hoặc giảm của hàm số $y = F(x)$ và các dấu hiệu để tính $F(0) = 0$ và ước lượng $6 < F(4) < 12$, sau đó họ vẽ đồ thị của hàm số $y = F(x)$ mà chưa xét đến tính lồi lõm của nó dựa trên tính chất của đồ thị hàm số $y = f(x)$. GVTTL2 đã lập luận khi được yêu cầu vẽ đồ thị trong nhiệm vụ 2 tương tự như lập luận để vẽ đồ thị ở nhiệm vụ 1:



Hình 5. Kiến thức nội dung chung về tích phân của GVTTL2 với nhiệm vụ 2

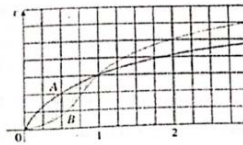
Một số GVTTL vẫn thiếu các lập luận chặt chẽ khi ước lượng đồ thị của hàm số $y = F(x)$. Những GVTTL này chỉ đánh giá $F(0) = 0$ và ước lượng $6 < F(4) < 12$, từ đó vẽ đồ thị của hàm số $y = F(x)$ mà không xét đến tính đơn điệu của nó dựa vào các dữ liệu đã cho từ đồ thị của hàm số $y = f(x)$. Bài làm của GVTTL3 cho thấy sự thiếu hụt kiến thức nội dung chung liên quan đến tích phân và các tính chất của nó:



Hình 6. Kiến thức nội dung chung về tích phân của GVTTL3 với nhiệm vụ 2

Với nhiệm vụ 3 và nhiệm vụ 4 trong phiếu khảo sát liên quan đến tình huống có bối cảnh thực tế, chỉ có một số GVTTL hoàn thành được yêu cầu. Một số GVTTL hiểu được mối liên hệ giữa tình huống có bối cảnh thực tế đó với kiến thức tích phân. Họ nắm bắt được mô hình diện tích và mô hình kiến thiết của tích phân, vận dụng vào bối cảnh cụ thể để xác định được xe nào sẽ vượt lên ở phút thứ 2 của chuyển động. Bài làm của GVTTL 2 thể hiện sự hiểu biết chắc chắn của GV này về các mô hình của tích phân:

Nhiệm vụ 3: Hai chiếc xe A và B khởi hành cùng nhau và tăng tốc từ trạng thái tĩnh. Hình dưới đây minh họa đồ thị hàm vận tốc của hai xe.



Anh (chị) có thể xác định được chiếc xe nào sẽ vượt lên dẫn đầu ở phút thứ 2? Giải thích rõ cách xác định của anh (chị).
 Giải: $s_A(x) = \int_0^x v_A(t) dt$ là hàm quãng đường xe A sau thời gian x.
 $s_B(x) = \int_0^x v_B(t) dt$ là hàm quãng đường xe B sau thời gian x.
 Như vậy, sau 2 phút quãng đường của xe A đi được chính là diện tích nằm dưới đường cong vận tốc xe A.
 Mà $\int_0^2 v_A(t) dt > \int_0^2 v_B(t) dt$ nên $s_A(2) > s_B(2)$.
 Tức là, sau 2 phút, xe A sẽ dẫn đầu vì quãng đường xe A đi được là nhiều hơn.

Hình 7. Kiến thức nội dung chung về tích phân của GVTTL2 với nhiệm vụ 3

Một số GVTTL ước lượng phương trình đường cong biểu thị tốc độ xả thải của hai động cơ A và B, từ đó sử dụng mô hình tổng tích lũy để xác định số lượng hạt ô nhiễm là tích phân của hàm tốc độ xả thải trong khoảng thời gian nhất định. Một số GVTTL không hiểu được bối cảnh thực tế của tình huống, không liên hệ được chính xác bối cảnh của tình huống với những tri thức nguyên hàm và tích phân liên quan. Vì thế những GVTTL này đã đưa ra lập luận thiếu căn cứ khi giải quyết vấn đề có bối cảnh thực tế đòi hỏi sự hiểu biết về các mô hình của tích phân. Bài làm của GVTTL5 thể hiện sự thiếu chính xác khi lập luận về bài toán quãng đường của hai chất điểm khi biết đồ thị biểu thị vận tốc của hai chất điểm đó:

1. Anh (chị) có thể xác định được chiếc xe nào sẽ vượt lên dẫn đầu ở phút thứ 2? Giải thích rõ cách xác định của anh (chị).
 Từ lúc khởi hành đến phút thứ nhất chiếc xe B chậm hơn xe A.
 Nhưng từ phút thứ nhất cả hai xe đi với cùng vận tốc và chiếc xe B dần càng tăng tốc hơn chiếc xe A.
 Nên chiếc xe B vượt chiếc A từ phút thứ 2.

Hình 8. Kiến thức nội dung chung về tích phân của GVTTL5 với nhiệm vụ 3

2.2.2. Kiến thức nội dung đặc thù về tích phân của giáo viên toán tương lai

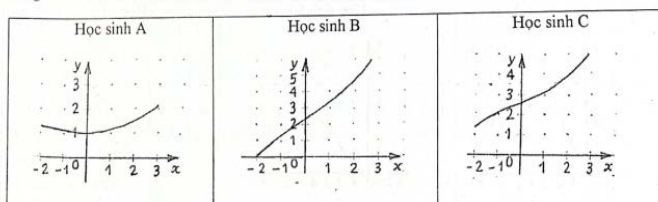
Khảo sát ban đầu cho thấy kiến thức nội dung đặc thù của GVTTTL với các tình huống đánh giá tính đúng sai trong câu trả lời của HS liên quan đến tích phân phân hóa từ mức trung bình đến mức khá và mức tốt và không có sự khác biệt nhiều với kiến thức nội dung chung. Hầu hết GVTTTL đều xác định được tính đúng sai trong các phát biểu của HS liên quan đến các vấn đề thuần túy toán học hoặc có bối cảnh thực tế chứa đựng các mô hình tích phân. Tuy nhiên, kết quả khảo sát cho thấy một số GVTTTL chưa xác định được tính đúng sai trong câu trả lời của HS. Bảng sau mô tả mức độ về kiến thức nội dung đặc thù mà các GVTTTL đạt được khi tham gia vào đợt khảo sát:

Bảng 2. Kiến thức nội dung đặc thù về tích phân của GVTTTL

Mức độ	Mức yếu	Mức trung bình	Mức khá	Mức tốt
Số lượng	0	10	36	4
Phần trăm	0%	20%	72%	8%

Hầu hết các GVTTTL thể hiện được mức độ khá và tốt trong kiến thức nội dung đặc thù về tích phân. Dựa vào thể hiện khá tốt của bản thân với yêu cầu hoàn thành các vấn đề đòi hỏi kiến thức nội dung chung, hầu hết các GVTTTL đều có khả năng đánh giá được tính đúng và sai trong các phát biểu và bài làm của HS về các vấn đề liên quan đến các mô hình của tích phân. Cụ thể, với các yêu cầu đánh giá tính đúng sai trong bài làm của HS liên quan đến việc vẽ đồ thị, có đến 80% thể hiện mức khá và tốt trong kiến thức về nội dung đặc thù. Nhận xét của GVTTTL1 thể hiện hiểu biết thấu đáo về tích phân cũng như các tính chất của chúng:

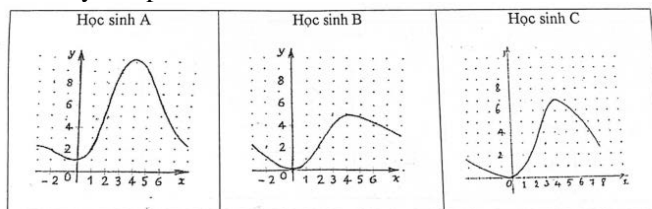
2. Giả sử có ba học sinh đưa ra 3 đồ thị của hàm số $y = F(x)$ như sau. Anh (Chị) hãy đánh giá tính đúng sai của các câu trả lời của học sinh và giải thích lí do.



→ Học sinh A: Sai. Nhận thấy rằng $2 < F(0) < 5$.
 Mặt khác: $F'(x) = f(x) > 0$ nên $F(x)$ phải đồng biến $[2; +\infty)$
 tức là đồ thị hàm số đi lên.
 → Học sinh B: Đúng. Dựa vào các tập luận ở câu 1.
 → Học sinh C: Sai vì $F(2) = 0$, nên học sinh vẽ sai. Nhưng vẽ t
 theo một học sinh này em vẫn có một số ý tưởng như vẽ hàm số x đồng biến
 nên đồ thị hàm số đi lên, $2 < F(0) < 5$.

Hình 9. Kiến thức nội dung đặc thù về tích phân của GVTTTL1 với nhiệm vụ 1

Dựa vào câu trả lời của bản thân với yêu cầu hoàn thành vẽ đồ thị hàm số được xác định thông qua biểu thức tích phân, GVTTTL2 cũng đưa ra được nhận xét khá đầy đủ, chỉ ra được lỗi sai trong các câu trả lời của HS và nhận định được câu trả lời đúng. Tuy nhiên vẫn còn một số GVTTTL chưa thể nhận xét được tính đúng sai và giải thích lí do về tính đúng sai trong phát biểu của HS. Bài làm của GVTTTL3 trong phiếu khảo sát thể hiện hiểu biết chưa đầy đủ về kiến thức nội dung đặc thù để dạy tích phân:



Học sinh A đúng và HS B và C sai.
 Học sinh C đúng.
 Học sinh B sai vì tại $x=4$ ta có: $F(4) = \int_0^4 f(t) dt > 6$
 Mà học sinh làm là $\int_0^4 f(t) < 6$
 Vì thế học sinh A cũng làm $\int_0^4 f(t) \neq 10$.

Hình 10. Kiến thức nội dung đặc thù về tích phân của GVTTTL3 với nhiệm vụ 2

Kiến thức nội dung đặc thù của GVTTTL để dạy học các tình huống có bối cảnh thực tế liên quan đến tích phân khá tốt. Dựa trên hiểu biết về kiến thức nội dung chung chính xác, hầu hết GVTTTL đều có khả năng chỉ ra tính đúng sai trong câu trả lời của HS và lí giải về tính đúng sai của những câu trả lời đó:

HSA trả lời sai vì theo đề thì tích để xấp xỉ tại năm thứ 3. Các của 2 đồng cơ là như nhau nên tổng số hạt tại năm thứ 3 là bằng nhau. Tuy nhiên, để yêu cầu là tổng số hạt sau 3 năm thì theo kiến thức đề thì hoàn toàn khác nhau nên không thể khẳng định là năm này là 1.

HSB trả lời sai vì mặc dù ta thấy tích để xấp xỉ là thuận với tổng số hạt ở năm này, tại thời điểm ban đầu tích là vào năm đầu tiên thì tích để xấp xỉ của hai đồng cơ đã khác nhau nên ta cũng không thể kết luận được là năm này là 1 phần 10.

HSC trả lời đúng theo các giải thích phần 1.

Hình 11. Kiến thức nội dung chung đặc thù về tích phân của GVTTTL2 với nhiệm vụ 4

3. Kết luận

Dựa trên kết quả phân tích và đánh giá kiến thức nội dung chung, kiến thức nội dung đặc thù về tích phân của GVTTTL cho thấy mức độ đáp ứng khá tốt của GVTTTL đối với các kiểu kiến thức nội dung toán để dạy học chủ đề này. Dữ liệu thu được cho thấy, kiến thức nội dung chung và kiến thức nội dung đặc thù để dạy học tích phân của phần lớn GVTTTL đều đạt ở mức khá và tốt. Tuy nhiên vẫn còn một bộ phận GVTTTL đạt ở mức trung bình trong kiến thức nội dung để dạy học tích phân. Vì GVTTTL tích lũy kiến thức toán để dạy học từ kinh nghiệm học tập tại trường phổ thông và những trải nghiệm học tập, thực hành dạy học thông qua tập giảng, kiến tập và thực tập khi học ở trường sư phạm, do đó chương trình đào tạo GV toán ở trường sư phạm cần tạo ra nhiều cơ hội để GVTTTL phát triển hiểu biết về bản chất, ý nghĩa, mô hình trí tuệ của các khái niệm toán học, phát triển kiến thức nội dung chung, kiến thức nội dung đặc thù và rèn luyện các kĩ năng liên quan đến thực hành dạy học.

Từ đó, nghiên cứu này đề xuất rằng cần phải tăng cường các yếu tố bối cảnh trong dạy học các khái niệm liên quan đến chủ đề tích phân nói riêng và giải tích nói chung trong các học phần toán cao cấp. Đặc biệt việc dạy học các chủ đề này trong các học phần toán cao cấp cần làm bộc lộ được bản chất, ý nghĩa và các mô hình trí tuệ của các khái niệm liên quan, từ đó giúp người học vận dụng hiểu biết về bản chất, ý nghĩa và các mô hình trí tuệ của các khái niệm đó để giải quyết các vấn đề nảy sinh trong các tình huống thuần túy về toán và tình huống có bối cảnh thực tế. Bên cạnh đó, nội dung các học phần phương pháp dạy học cụ thể ở trường sư phạm nên tập trung khai thác, mô tả kiến thức toán để dạy học từng nội dung cụ thể trong chương trình, theo hướng tổ chức cho người học tích cực, chủ động tìm kiếm câu trả lời cho các nhiệm vụ học tập nhằm phát huy sự tìm tòi, sáng tạo của người học nhằm phát triển kiến thức toán để dạy học các chủ đề cụ thể.

Lời cảm ơn: Nghiên cứu này được tài trợ bởi Quỹ Phát triển khoa học và công nghệ Quốc gia (NAFOSTED) trong đề tài mã số: 503.01-2020.308.

Tài liệu tham khảo

- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special. *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Bullock, E. P., Webster, J. S., & Jones, D. L. (2021). Helpful and Hindering Features of GeoGebra: Understanding What Affords Conceptual Understandings of Definite Integrals Among Pre-Service Middle Grades Mathematics Teachers. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 28(2), 81-92.
- Delice, A., & Sevimli, E. (2010). An Investigation of the Pre-Services Teachers' Ability of Using Multiple Representations in Problem-Solving Success: The Case of Definite Integral. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 10(1), 137-149.
- Döhrmann, M., Kaiser, G., & Blömeke, S. (2014). The conceptualisation of mathematics competencies in the international teacher education study TEDS-M. In *International perspectives on teacher knowledge, beliefs and opportunities to learn*. Springer, Dordrecht.
- Greefrath, G., Oldenburg, R., Siller, H. S., Ulm, V., & Weigand, H. G. (2021). Basic mental models of integrals: theoretical conception, development of a test instrument, and first results. *ZDM-Mathematics Education*, 53(3), 649-661.

- Hashemi, N., Abu, M. S., Kashefi, H., Mokhtar, M., & Rahimi, K. (2015). Designing learning strategy to improve undergraduate students' problem solving in derivatives and integrals: A conceptual framework. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 11(2), 227-238.
- Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400.
- Kouropatov, A., & Dreyfus, T. (2014). Learning the integral concept by constructing knowledge about accumulation. *ZDM*, 46(4), 533-548.
- Kwon, M., Thames, M. H., & Pang, J. (2012). To change or not to change: Adapting mathematical knowledge for teaching (MKT) measures for use in Korea. *ZDM*, 44(3), 371-385.
- Lien, L. T. B., & Minh, T. K. (2018). Vietnamese prospective mathematics teachers' mathematical knowledge for teaching the derivative and implications for teacher preparation programs. In Hsieh, F.-J. (Ed.), *Proceedings of the 8th ICMI-East Asia Regional Conference on Mathematics Education*, Vol. 2, 124-133. Taipei, Taiwan: EARCOME.
- Nguyễn Thị Duyên (2021). Đánh giá kiến thức của giáo viên toán tương lai để dạy học chủ đề “Hàm số liên tục”. *Tạp chí Giáo dục*, 506, 16-23.
- Phuong, N. T. H., & Minh, T. K. (2018). Prospective mathematics teachers' mathematical knowledge for teaching histograms in statistics. *Vietnam Journal of Education*, 5, 195-201.
- Qian, H., & Youngs, P. (2016). The effect of teacher education programs on future elementary mathematics teachers' knowledge: a five-country analysis using TEDS-M data. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 19(4), 371-396.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Wilkie, K. J., & Clarke, D. (2015). Pathways to Professional Growth: Investigating Upper Primary School Teachers' Perspectives on Learning to Teach Algebra. *Australian Journal of Teacher Education*, 40(4), 87-118.