

TÍCH HỢP NHIỆM VỤ DỰ ÁN TRONG ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC MÔ HÌNH HOÁ TOÁN HỌC CỦA HỌC SINH TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Integrating project tasks in assessing mathematical
modeling capacity of high school students

Tạ Thị Minh Phương^{1,*}
Hồ Thị Minh Phương²

¹Trường Đại học Sư phạm - Đại học Huế;

²Trường Đại học Quy Nhơn

+ Tác giả liên hệ • Email: tathiminhphuong@dhsphue.edu.vn

Article history

Received: 20/9/2023

Accepted: 02/11/2023

Published: 05/01/2024

Keywords

Mathematical modelling,
modelling competencies,
project tasks, high school

Từ khóa

Mô hình hoá toán học, năng
lực mô hình hóa, nhiệm vụ
dự án, trung học phổ thông

ABSTRACT

Connecting mathematics with real-life situations and other sciences is the trend that education reform in Vietnam has been aiming for. In particular, mathematical modeling is the process of converting between practical and mathematical problems by creating mathematical models, thereby solving and evaluating the model. In particular, with project-based tasks - the highest practical level (true modeling) can effectively support the development of mathematical modeling capacity for students. The study used the experimental teaching research method to integrate project tasks into the classroom and conduct experiments to evaluate students' mathematical modeling capacity. Integrating project tasks into the classroom is an opportunity for students to experience and solve real-world problems, thereby helping them develop mathematical modeling capacity.

TÓM TẮT

Việc kết nối toán học với các tình huống thực tế và các ngành khoa học khác là xu hướng mà cải cách giáo dục ở Việt Nam đã và đang hướng đến. Trong đó, mô hình hóa toán học là quá trình chuyển đổi giữa các vấn đề thực tế và toán học bằng cách tạo ra các mô hình toán học, từ đó giải quyết và đánh giá mô hình. Đặc biệt, với các nhiệm vụ mang tính chất dự án - cấp độ thực tế cao nhất (true modelling) có thể hỗ trợ việc phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh một cách hiệu quả. Nghiên cứu đã sử dụng phương pháp nghiên cứu thực nghiệm dạy học để tích hợp nhiệm vụ dự án vào lớp học và tiến hành thực nghiệm nhằm đánh giá năng lực mô hình hóa toán học của học sinh. Tích hợp các nhiệm vụ dự án vào lớp học là cơ hội cho học sinh được trải nghiệm và giải quyết các vấn đề trong thực tiễn, từ đó giúp các em có thể phát triển được năng lực mô hình hóa toán học.

1. Mở đầu

Giáo dục gắn với thực tế là xu hướng dạy học mà Chương trình giáo dục phổ thông 2018 đang hướng đến để thực hiện. Nếu chương trình dạy học trước đây còn nặng về lí thuyết và thiếu tính thực tế thì Chương trình giáo dục phổ thông 2018 đã có những thay đổi đáng kể (Tran và cộng sự, 2019). Tuy nhiên, những đổi mới luôn phải đối mặt với nhiều thách thức và mục tiêu vẫn là làm thế nào để HS có thể phát triển các năng lực toán học và ứng dụng được các kiến thức, kĩ năng vào thực tiễn. Nhiều nghiên cứu trước đây đã cho thấy, với các bối cảnh khác nhau và mức độ thực tế của cùng một nhiệm vụ toán học có ảnh hưởng đến sự tham gia giải quyết vấn đề của HS (Palm, 2009; Tran et al., 2016). Đặc biệt, với các nhiệm vụ mang tính chất dự án, một cấp độ thực tế cao nhất của mô hình thực (true modeling) sẽ hỗ trợ cho việc phát triển năng lực mô hình hóa (MHH) cho HS hoàn thiện hơn (Palm, 2009). Một trong những điểm mới của Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018 là đã tăng cường các bài toán thực tế. Tuy nhiên, phần lớn các nhiệm vụ thực tế vẫn đang ở mức độ bài toán bằng lời hoặc nhiệm vụ giả định, chưa có các nhiệm vụ thực tế hoàn toàn có thể xảy ra trong cuộc sống thực (chẳng hạn như các nhiệm vụ mang tính chất dự án). Do vậy, trong xu thế giáo dục toán học hướng tới ứng dụng vào thực tế, nghiên cứu về việc phát triển năng lực mô hình hóa toán học (MHHTH) cho HS thông qua các nhiệm vụ dự án đang là một vấn đề cần được quan tâm nghiên cứu.

Trong bài báo này, chúng tôi sẽ tóm tắt khung lí thuyết về MHHTH, năng lực MHHTH và nhiệm vụ MHH mang tính chất dự án, minh họa việc sử dụng quy trình MHHTH của Kaiser (2007) và sử dụng thang đo Rubric để đánh giá năng lực MHHTH của HS lớp 10 khi tham gia giải quyết nhiệm vụ MHH mang tính chất dự án.

2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Một số vấn đề lí luận

2.1.1. Năng lực mô hình hóa toán học

Có nhiều định nghĩa khác nhau về năng lực MHHTH. Theo Kaiser (2007), “năng lực MHHTH” là khả năng xác định các câu hỏi, các biến, mối liên hệ hoặc giả định có liên quan trong một tình huống thực tế nhất định, chuyển đổi chúng thành toán học, giải thích và xác nhận giải pháp cho vấn đề toán học có liên quan đến tình huống đã cho. Theo Đỗ Thị Thanh (2020): “Năng lực MHHTH” là khả năng ứng dụng, thông hiểu, diễn tả - giao lưu và giải quyết các vấn đề liên quan đến MHHTH. Theo Nguyễn Danh Nam (2016), năng lực MHHTH được cho là sự sẵn sàng của một ai đó để thực hiện tất cả các phần của quy trình MHHTH trong một tình huống nhất định.

Như vậy, có thể hiểu “năng lực MHHTH” là khả năng thực hiện đầy đủ các giai đoạn của quy trình mô hình hóa trong dạy học Toán nhằm giải quyết vấn đề toán học được đặt ra.

Theo Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018, năng lực MHHTH của HS THPT gồm các thành tố tương ứng với các biểu hiện sau: (1) Xác định được mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, bảng biểu, đồ thị,...) cho tình huống xuất hiện trong bài toán thực tiễn; Thiết lập được mô hình toán học (gồm: công thức, phương trình sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu, đồ thị,...) để mô tả tình huống đặt ra trong một số bài toán thực tiễn; (2) Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập; (3) Thể hiện và đánh giá được lời giải trong ngữ cảnh thực tế và cải tiến được mô hình nếu cách giải quyết không phù hợp: Lí giải được tính đúng đắn của lời giải (những kết luận thu được từ các tính toán là có ý nghĩa, phù hợp với thực tiễn hay không). Đặc biệt, nhận biết được cách đơn giản hoá, cách điều chỉnh những yêu cầu thực tiễn (xấp xỉ, bổ sung thêm giả thiết, tổng quát hoá,...) để đưa đến những bài toán giải được Bộ GD-ĐT, (2018a).

2.1.2. Nhiệm vụ dự án

Các vấn đề tương ứng với thể giới thực thường được các nhà nghiên cứu hay GV lựa chọn để thực hiện tiến trình MHHTH (Pollak, 1979; Niss, 1987). Công cụ được sử dụng cho MHH là nhiệm vụ thực tế và các cấp độ thực tế tương ứng (Palm, 2009; Tran & et al., 2016). Có 3 cấp độ thực tế của một tình huống thường gặp trong dạy học Toán, đó là: - Các bài toán bằng lời (word problems); - Các áp dụng đúng chuẩn (standard applications); - Mô hình thực (true modeling problems) (Blum & et al., 2007)

Trong ba cấp độ thực tế của một tình huống, cấp độ bài toán bằng lời được coi là cấp độ thấp nhất, bởi bài toán bằng lời chỉ là một bài toán thuần túy, chứa đựng các thuật ngữ liên quan đến thể giới thực, ngữ cảnh giải định, việc giải quyết chúng như giải một thuật toán mà không phụ thuộc vào ngữ cảnh của vấn đề. Cấp độ áp dụng đúng chuẩn (cấp độ thứ hai) có bối cảnh thực tế gần gũi hơn so với cấp độ một và bối cảnh có thể xảy ra trong thực tế, tuy nhiên khi liên hệ toán học để giải quyết cũng tương đối đơn giản. Ở cấp độ thứ ba, một mô hình thực là một vấn đề hoàn toàn xảy ra trong thực tế (thường ở các dạng dự án) và để giải quyết thường đòi hỏi người học cần trải qua đầy đủ các bước của một chu kì MHH. Thông qua các nhiệm vụ, người học sẽ đạt được các kiến thức và kĩ năng bằng cách làm việc trong một khoảng thời gian dài để nghiên cứu tìm hướng giải quyết.

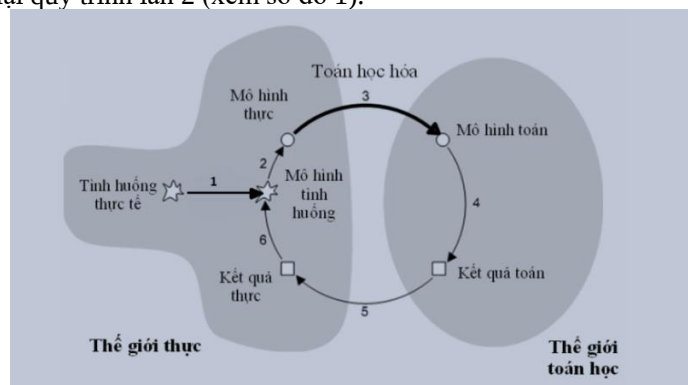
Nhiệm vụ dự án là một tình huống, nhiệm vụ thực tế (cấp độ ba) mà HS cùng nhau giải quyết theo nhóm trong một khoảng thời gian dài hơn một tiết học ở lớp (thường là từ 1-3 tuần) (Tran et al., 2019). Trong bối cảnh này, một dự án có thể là một câu hỏi hoặc một nhiệm vụ gây khó khăn đối với HS, các em chưa có ngay phương pháp để giải quyết vấn đề. Do đó, để tạo một vấn đề tốt cho một dự án phụ thuộc rất nhiều vào năng lực, kinh nghiệm trước đó của HS và các điều kiện đưa ra cho dự án. Mục tiêu được hướng đến là HS sẽ đưa ra các giải pháp của vấn đề bằng những mô hình toán học phù hợp, từ đó sử dụng các kiến thức đã học để giải quyết.

2.2. Đánh giá năng lực mô hình hóa thông qua quy trình mô hình hóa

Để đánh giá năng lực MHHTH, nhiều tác giả đã đưa ra các sơ đồ minh họa cho quy trình MHHTH. Một số quy trình MHHTH điển hình được đưa ra bởi Kaiser (2007), Kaiser và Blum (2011), Galbraith (1995). Các quy trình này đều bao gồm công đoạn bắt đầu với một tình huống thực tế và kết thúc ở việc đưa ra lời giải hoặc lặp lại quy trình MHH cho đến khi đạt được kết quả tối ưu.

Để đo lường năng lực MHH, có hai quan điểm khác nhau được xem xét: Từ góc nhìn tổng thể và từ góc nhìn phân tích. Thứ nhất, từ góc nhìn tổng thể, thuật ngữ năng lực MHH được sử dụng và diễn giải liên quan đến việc trải nghiệm toàn bộ quy trình MHH. Có thể kể đến các nghiên cứu điển hình cho quan điểm này là của Greer và Verschaffel (2007), Kaiser và Brand (2015),... Thứ hai là quan điểm phân tích, năng lực MHH có thể được chia thành các yếu tố hoặc năng lực thành phần khác nhau. Các nhà nghiên cứu theo quan điểm này xây dựng các mô hình tập trung vào cấu trúc năng lực nhiều hơn vào quy trình hoàn chỉnh, nghiên cứu điển hình cho quan điểm này là Kaiser (2007), Maaß (2006). Các nhiệm vụ tổng thể tập trung vào việc HS phải tiến hành một quy trình MHH hoàn chỉnh để giải quyết vấn đề. Trong khi đó, các nhiệm vụ thành phần chỉ tập trung vào một số bước trong quy trình MHH. Cả hai quan điểm đều có những ưu và nhược điểm riêng. Nếu mục đích là đánh giá khả năng của HS để hoàn thành quy trình MHH (thường được gọi là năng lực tổng quát) thì nên sử dụng các nhiệm vụ tổng thể. Tuy nhiên, hình thức đánh giá này sẽ bất lợi cho người tham gia nếu họ không hoàn thành một bước nào đó trong quy trình và người học sẽ không được coi là có năng lực MHH cao. Trong khuôn khổ bài báo này, chúng tôi sẽ sử dụng quan điểm thứ hai, tức là đánh giá các năng lực thành phần khi đánh giá năng lực MHHTH của HS.

Các tác giả thường sử dụng những quy trình MHH với các biến thể khác nhau, tùy thuộc vào cách tiếp cận mô hình hóa hoặc mục đích nghiên cứu. Chúng tôi sử dụng quy trình MHHTH của Kaiser (2007) để áp dụng, theo dõi các tiến trình MHH của người học trong hoạt động nhóm. Cụ thể, quy trình của Kaiser (2007) có thể được chia thành các bước như sau: - Bước 1: Hiểu tình huống đã cho, xây dựng một mô hình cho tình huống đó; - Bước 2: Đơn giản hóa tình huống và đưa các biến phù hợp để được mô hình thực của tình huống; - Bước 3: Chuyển từ mô hình thực sang mô hình toán học; - Bước 4: Làm việc trong môi trường toán học và thu được kết quả; - Bước 5: Thể hiện kết quả trong ngữ cảnh thực tế; - Bước 6: Xem xét tính phù hợp của kết quả, nếu không sẽ phải thực hiện lại quy trình lần 2 (xem sơ đồ 1).



Sơ đồ 1. Quy trình MHHTH của Kaiser (2007)

Đối chiếu với các thành tố của năng lực MHHTH theo yêu cầu của Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018 với quy trình MHHTH của Kaiser (2007), chúng tôi nhận thấy quy trình MHHTH của Kaiser (2007) có nhiều cơ hội phát triển cho người học các thành tố của năng lực MHHTH. Cụ thể: thành tố 1 có nhiều cơ hội phát triển tương ứng ở các bước 1, 2, 3; thành tố 2 có nhiều cơ hội phát triển ở bước 4; thành tố 3 có nhiều cơ hội phát triển ở các bước 5, 6. Do đó, quy trình MHHTH của Kaiser (2007) có thể sử dụng như là một công cụ để đánh giá năng lực MHHTH của HS tại Việt Nam.

2.3. Đánh giá năng lực mô hình hóa thông qua thang đo Rubric

Thang đo Rubric được nhóm nghiên cứu Tran và cộng sự (2019) xây dựng khung đánh giá dành riêng cho các nhiệm vụ mang tính chất dự án. Bảng Rubric được sử dụng để đánh giá với các tiêu chí được xây dựng dựa trên: chủ đề toán học, quy trình toán học, biểu diễn toán học, biện luận, đặt vấn đề, xác định giả định, giải thích kết quả, phản biện mô hình, giao tiếp toán học, viết, biểu diễn trực quan,...; gồm 3 mục đánh giá: hiểu biết và áp dụng toán học, thực hiện MHHTH và giao tiếp. Từng tiêu chí được chia thành 4 mức độ: - Mức độ 4: “Tốt”; - Mức độ 3: “Khá”; - Mức độ 2: “Đạt yêu cầu”; - Mức độ 1: “Dưới yêu cầu” (xem bảng 1):

Bảng 1. Bảng Rubric đánh giá năng lực MHHTH

Tiêu chí	Mức độ 4 (Tốt)	Mức độ 3 (Khá)	Mức độ 2 (Đạt yêu cầu)	Mức độ 1 (Dưới mức đạt yêu cầu)
Sự thể hiện hiểu biết và áp dụng toán học	- Lựa chọn và sử dụng các định nghĩa, kết quả và quy tắc hợp lý trong nhiều hơn hai chủ đề toán học. - Sử dụng thành thạo và chính xác các quy trình toán học phức tạp. - Tất cả các biểu diễn toán học được sử dụng một cách có hệ thống, cho phép truy cập dữ liệu để phân tích toán học và rút ra kết luận. - Biện luận được dẫn chứng hoàn toàn thích hợp.	- Lựa chọn và sử dụng các định nghĩa, kết quả và quy tắc hợp lý trong nhiều hơn một chủ đề toán học. - Sử dụng thành thạo và có một vài lỗi nhỏ khi thực hiện các quy trình toán học phức tạp. - Hầu hết các biểu diễn toán học được sử dụng một cách có hệ thống để cho phép truy cập dữ liệu tìm kiếm các mô hình hoặc rút ra kết luận. - Biện luận được dẫn chứng hầu hết thích hợp.	- Lựa chọn và sử dụng hầu hết các định nghĩa, kết quả và quy tắc hợp lý chỉ trong một chủ đề toán học. - Sử dụng thành thạo và chính xác các quy trình toán học đơn giản. - Một số biểu diễn toán học được sử dụng một cách có hệ thống, cho phép truy cập dữ liệu, tìm kiếm các mô hình hoặc rút ra kết luận. - Biện luận được dẫn chứng nhưng có một số điểm chưa thích hợp.	- Nhắc lại và sử dụng một số định nghĩa, kết quả và quy tắc chỉ trong một chủ đề toán học. - Có một số lỗi khi sử dụng các quy trình toán học đơn giản. - Rất ít biểu diễn toán học được sử dụng. - Ít bằng chứng lý giải việc đưa ra một số quy định.
Việc thực hiện mô hình toán học	- Đặt ra hơn một vấn đề phức tạp từ một tình huống thực tế. - Tất cả các giả định cần thiết trong MHH được xác định. - Giải thích được tất cả các kết quả của việc giải quyết các mô hình toán học trong tình huống thực tế để trả lời câu hỏi đặt ra. - Đưa ra những điểm mạnh và hạn chế của các mô hình đã triển khai để đề xuất có chọn lọc và kiểm tra tính hợp lý của các mô hình được sử dụng. - Rất nhiều nguồn được sử dụng khi tương tác với thế giới thực để tạo/thu thập dữ liệu và thực hiện phân tích toán học.	- Đặt ra một vấn đề phức tạp từ một tình huống thực tế thông thường. - Một số giả định hợp lệ được xác định. - Giải thích hầu hết các kết quả của việc giải quyết các mô hình toán học trong tình huống thực tế để trả lời câu hỏi đặt ra. - Bình luận được những điểm mạnh và hạn chế của các mô hình có căn cứ. - Một số nguồn được sử dụng khi tương tác với thế giới thực để tạo/thu thập dữ liệu và thực hiện phân tích toán học.	- Đặt ra một vấn đề đơn giản từ một tình huống thực tế thông thường. - Xác định ít nhất một giả định hợp lệ. - Giải thích một số kết quả của việc giải quyết các mô hình toán học trong tình huống thực tế để trả lời câu hỏi đặt ra. - Có bình luận điểm mạnh và hạn chế của các mô hình nhưng vẫn còn thiếu căn cứ. - Ít nhất một nguồn được sử dụng để tương tác với thế giới thực, tạo/thu thập dữ liệu hoặc thực hiện phân tích toán học.	- Đặt ra một vấn đề rất đơn giản từ một tình huống thực tế hoặc vấn đề không thực tế. - Có xác định được giả định nhưng không hợp lệ. Giải thích được không quá một kết quả của các hoạt động toán học trong tình huống thực tế. - Có bình luận những điểm mạnh và hạn chế của (các) mô hình nhưng hoàn toàn không có căn cứ. - Có một nguồn được sử dụng để tương tác với thế giới thực, tạo/thu thập dữ liệu hoặc thực hiện phân tích toán học.
Giao tiếp	- Sử dụng chính xác ngôn ngữ, thuật ngữ toán học và các quy ước. - Viết chính xác, ngắn gọn, cấu trúc tốt và không có lỗi. - Sử dụng xuất sắc các biểu diễn trực quan để minh họa, hiển thị và tạo thuận lợi cho phân tích toán học.	- Sử dụng được ngôn ngữ, thuật ngữ toán học và quy ước, ít có sai sót. - Viết rõ ràng và mạch lạc, còn một số lỗi. - Có bằng chứng cho việc sử dụng các biểu diễn trực quan để tạo thuận lợi cho việc phân tích toán học. - Hầu hết các nguồn sử dụng được thừa nhận theo đúng kiểu.	- Sử dụng được ngôn ngữ, thuật ngữ toán học và quy ước nhưng còn một vài sai sót. - Phần lớn là không có lỗi ảnh hưởng đến khả năng đọc. - Có biểu diễn trực quan và chỉ mục đích minh họa và hiển thị. - Một số các nguồn sử dụng được thừa nhận.	- Nhiều lỗi được tìm thấy trong việc sử dụng ngôn ngữ, thuật ngữ và quy ước toán học. - Không có biểu diễn trực quan. - Rất ít hoặc không có nguồn sử dụng nào được thừa nhận.

	- Tất cả các nguồn sử dụng được thừa nhận là hoàn toàn đúng kiểu.			
--	---	--	--	--

Rubric được coi là một công cụ đánh giá/chấm điểm, bao gồm các tiêu chí cụ thể, giúp GV có thể đánh giá được năng lực MHHTH của HS một cách thuận tiện, chi tiết và hiệu quả. Vì vậy, trong nghiên cứu này chúng tôi sử dụng quy trình MHHTH của Kaiser (2007) và thang đánh giá Rubrics để đánh giá năng lực MHHTH của HS khi các em giải quyết nhiệm vụ mang tính chất dự án.

2.4. Thực nghiệm sư phạm

2.4.1. Mục đích, đối tượng và phương pháp thực nghiệm

2.4.2. Kết quả thực nghiệm

- **Đối tượng thực nghiệm:** Thực nghiệm sư phạm được tiến hành trên đối tượng 45 HS lớp 10 của Trường THPT Hai Bà Trưng, TP. Huế. HS được chia thành 10 nhóm (mỗi nhóm 4-5 em), thời gian thực nghiệm là học kỳ II của năm học 2022-2023.

- **Mục đích thực nghiệm:** Thiết kế các nhiệm vụ MHHTH mang tính chất dự án để tích hợp vào lớp học và được đưa vào trong phiếu học tập (link truy cập: https://drive.google.com/drive/folders/1iORPAV9gnAEzdm0MSt-Onn2E3-WG1S8h?usp=drive_link), từ đó đánh giá năng lực MHHTH của HS khi thực hiện các nhiệm vụ.

- **Phương pháp thực nghiệm:** Nhiệm vụ MHH mang tính chất dự án được GV tích hợp ở lớp học, HS thảo luận và triển khai làm việc theo nhóm. Các kết quả báo cáo sau cùng được thu lại, chúng tôi sử dụng phương pháp định tính và định lượng để phân tích dữ liệu. Phương pháp định tính được sử dụng khi phân tích bài làm của các nhóm HS bằng quy trình MHH và dữ liệu định lượng thu được từ việc mã hoá kết quả của HS thành dạng số thông qua thang đánh giá rubric.

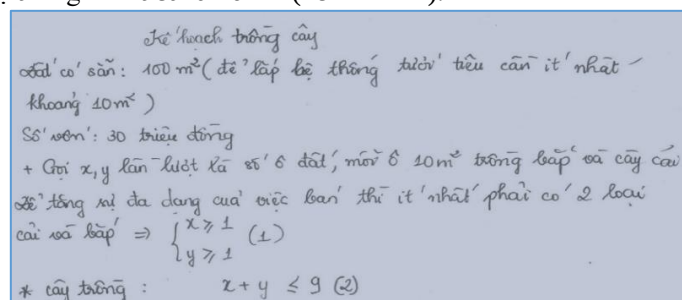
2.4.2. Kết quả thực nghiệm

Trong khuôn khổ của bài báo này, chúng tôi trình bày minh họa việc tích hợp một nhiệm vụ là dự án “Xây dựng mô hình vườn cây”, được HS triển khai trong ba tuần, HS làm việc theo nhóm và nộp báo cáo sau khi hoàn thành. Dự án này được thực nghiệm sau khi HS đã học phần “Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn và biểu diễn miền nghiệm trên mặt phẳng tọa độ” (Toán 10) ở học kỳ I để đảm bảo cho các em có đầy đủ kiến thức toán học khi thực hiện. Dưới đây, chúng tôi trình bày minh họa kết quả đánh giá năng lực MHHTH của một nhóm HS (nhóm 7) khi tham gia dự án này:

Thông tin của dự án: Các bạn hãy cùng giúp nông dân huyện Hương Thủy, tỉnh Thừa Thiên Huế lên kế hoạch xây dựng vườn cây. Các quy trình cần thực hiện có thể bao gồm: Địa điểm, diện tích đất trồng; loại cây nào sẽ được trồng, chi phí đầu tư, hệ thống tưới tiêu, lợi nhuận và thời gian thu hoạch, ... Sử dụng ít nhất một mô hình toán để thiết kế và dự đoán cho dự án này.

Về công cụ phân tích dữ liệu: Đầu tiên, triển khai quay video và ghi âm để theo dõi và chuyển sang dạng văn bản, sau đó phân tích theo các bước MHHTH dựa vào quy trình của Kaiser (2007). Đồng thời các bài làm của HS cũng được mã hóa theo dạng số bằng thang đánh giá Rubric. Thang đánh giá này được xây dựng dành riêng cho các nhiệm vụ mang tính chất dự án.

* **Đánh giá bài làm dự án thông qua quy trình MHH của Kaiser (2007):** Cụ thể, nhóm HS này đã chuyển từ tình huống thực tế thành mô hình thực, các em đã đưa ra một số giả thiết ban đầu và đưa ra mô hình: Giả sử một khu vườn có diện tích là $100 m^2$ cần trồng bắp và cải. Tính số lượng ô đất (mỗi ô là $10 m^2$) để trồng bắp và cải sao cho thu được lợi nhuận lớn nhất. Trong đó, HS giả sử diện tích để xây dựng hệ thống tưới tiêu là $10 m^2$ (xem hình 1).



Hình 1 (Nguồn: Trích bài làm của nhóm HS thực nghiệm)

Từ đó, HS xây dựng mô hình toán học: Thiết lập hệ bất phương trình. Giả sử giá mỗi kilôgam (kg) hạt giống bắp là 8000 đồng và thời gian để thu hoạch là 40 ngày. Số kilôgam giống gieo trên mỗi ô đất là 0,25kg; số tiền thu được mỗi mùa vụ trên diện tích $10 m^2$ (ứng với một ô đất) là 8 triệu đồng. Khi đó, số tiền thu được của mùa vụ trên diện tích x ô đất là $8x$ triệu đồng, chi phí mua giống là 8000. $0,25x = 2000x$ (đồng). Vậy, số tiền lãi sau 40 ngày thu hoạch bắp là $8\,000\,000x - 2000x = 7\,998\,000x$ (đồng).

Tiếp tục giả sử giá mỗi gam (g) hạt giống cải là 4000 đồng và thời gian để thu hoạch là 20 ngày. Số gam giống cải gieo trên mỗi ô đất là 0,2g, số tiền thu được của mùa vụ trên diện tích $10 m^2$ là 250000 đồng. Suy ra số tiền thu được của mùa vụ trồng cải trên y ô đất là $250\,000y$. Chi phí mua giống cải là 4000. $0,2y = 800y$. Số tiền lãi trồng cải thu được trên y ô đất sau 40 ngày sẽ là: $2.800y = 1600y$ (đồng). Do đó, tổng số tiền lãi thu hoạch cải sau 40 ngày là: $250\,000y - 1600y = 248\,400y$ đồng.

Tiếp tục giả sử chi phí bón phân trên một ô đất trồng bắp là 500 000 đồng, chi phí bón phân trên một ô đất trồng cải là 100 000 đồng. Khi đó, số tiền phân bón cho bắp và cải trong 40 ngày là: $500\,000x + 100\,000y$ (đồng). Từ đây, HS đưa ra công thức tiền lãi là $T(x, y) = 7\,998\,000x + 148\,400y$ (đồng) (xem hình 2).

* cây trồng : $x + y \leq 9$ (2)

Sử (1) và (2) ta có hệ bất phương trình bậc nhất: $\begin{cases} x \geq 1 \\ y \geq 1 \\ x + y \leq 9 \end{cases}$ (*)

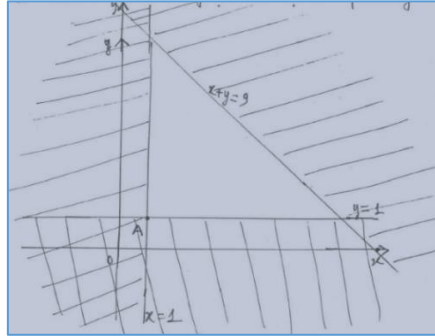
Biên lãi: $T(x, y) = 7.498.000x + 148.400y$

Bài toán trở về bài toán tìm x, y thỏa mãn (*) sao cho $T(x, y)$ lớn nhất và xảy ra tại các đỉnh sau của tam giác

bên biểu đồ biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình trên

Hình 2 (Nguồn: Trích bài làm của nhóm HS thực nghiệm)

Nhóm HS đưa ra kết quả giải toán bằng cách sử dụng phương pháp đồ thị để tìm ra giá trị lớn nhất của $T(x, y)$, với x là số ô trồng bắp và y là số ô trồng cải ((3) $\Rightarrow$ (4)) (xem hình 3).



Hình 3 (Nguồn: Trích bài làm của nhóm HS thực nghiệm)

HS lập bảng để tìm giá trị T ở các đỉnh và đưa ra kết quả (xem hình 4). Từ đó kết luận để đạt được lợi nhuận lớn nhất sau 40 ngày cần trồng 8 ô bắp và 1 ô cải (mỗi ô là 10 m^2).

Đỉnh	$B(1, 8)$	$C(8, 1)$	$A(1, 1)$
$7.498.000x + 148.400y$	8.685.200 đ	60.132.400 đ	76.46.400 đ

Vậy cần trồng 8 ô bắp và 1 ô cây cải sẽ lãi được nhiều nhất

Hình 4 (Nguồn: Trích bài làm của nhóm HS thực nghiệm)

Kết quả giải quyết vấn đề của nhóm 7 cho thấy, HS đã biết cách liên hệ với các yếu tố thực tế: diện tích, loại cây, giá tiền hạt giống, thời gian thu hoạch,... Ngoài ra, khi chuyển sang mô hình toán học, các em đã thiết lập được hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn và biểu diễn được miền nghiệm, thiết lập được công thức tính tiền lãi và tìm ra phương án tối ưu nhất cho mô hình được thiết lập. Như vậy, các em đã xây dựng mô hình tình huống hoàn toàn phù hợp, đồng thời các giả thiết mà nhóm 7 đưa ra để giải quyết mô hình là hợp lý.

* *Đánh giá bài làm dự án thông qua công cụ Rubric:* Chúng tôi sẽ minh họa việc sử dụng công cụ Rubric được thiết kế bởi Tran và cộng sự (2019) để đánh giá bài làm dự án của nhóm 7, một trong 10 nhóm HS tham gia trong dự án này (xem bảng 2).

Bảng 2. Đánh giá dự án bằng Rubric của nhóm 7

Tiêu chí	Biểu hiện của tiêu chí	Mức độ
1) Hiểu biết và áp dụng toán	Chủ đề toán học	3
	Quy trình toán học	3
	Biểu diễn toán học	3
	Biện luận	3
2) Thực hiện MHHTH	Đặt vấn đề	2
	Xác định giả định	3
	Giải thích kết quả	3
	Phân biện mô hình	2
	Nguồn sử dụng	1
3) Giao tiếp	Giao tiếp toán	4
	Viết	3
	Biểu diễn trực quan	4
	Tham khảo	1

HS thể hiện hiểu biết và áp dụng toán học với các tiêu chí thành phần ở các mức độ khác nhau. Cụ thể:

- Với tiêu chí hiểu biết và áp dụng toán học: + Các chủ đề toán học, HS sử dụng các định nghĩa, kết quả, quy tắc hợp lý trong nhiều hơn một chủ đề toán học (bài toán sử dụng hệ bất phương trình, tìm giá trị lớn nhất, biểu diễn đồ thị); + Ở quy trình toán học: HS không mắc các lỗi về quy trình và sử dụng thành thạo các quy trình toán học, phép tính đại số và biểu diễn miền nghiệm bằng đồ thị; + HS sử dụng các biểu diễn toán học một cách có hệ thống cho phép truy cập dữ liệu để phân tích toán học và rút ra kết luận; + HS đã nỗ lực biện luận cho các quyết định.

- Liên quan đến việc thực hiện MHHTH, kết quả đánh giá các tiêu chí của nhóm như sau:

+ Nhóm 7 đã đặt ra các vấn đề cơ bản phù hợp kiến thức toán học từ một số tình huống thực tế (đưa ra mô hình trồng bắp và cải, số lượng mỗi loại để thu lợi nhuận tốt nhất).

+ Đưa ra một số giả định hợp lệ (giả định diện tích đất là 100 m^2 , giá tiền hạt giống,...).

+ Liên quan đến giải thích kết quả, mặc dù HS nhóm 7 đã đặt ra mô hình toán phù hợp, tuy nhiên lại không giải thích rõ các kết quả của việc giải quyết mô hình toán học từ tình huống thực tế để trả lời câu hỏi đặt ra.

+ Phân biện mô hình về các điểm mạnh và hạn chế trong báo cáo của các nhóm không được đề cập đến, được đánh giá ở mức độ 2 cho tiêu chí này.

- Liên quan đến giao tiếp, hầu hết các nhóm đạt các mức độ đánh giá cao, riêng về trích dẫn nguồn sử dụng còn bị hạn chế. Cụ thể:

+ Cách sử dụng ngôn ngữ và thuật ngữ toán học cùng các quy ước nhìn chung là chính xác, nhóm HS này được đánh giá ở mức độ 4.

+ Được đánh giá ở mức độ 3 cho tiêu chí “Viết”, bởi các em có ít lỗi trình bày, nhưng cấu trúc chưa được súc tích.

+ Về các biểu diễn trực quan, HS sử dụng biểu diễn đồ thị để minh họa, hiển thị và tạo thuận lợi cho việc phân tích toán học.

Từ kết quả đánh giá bằng Rubric của các nhóm, chúng tôi nhận thấy, HS phần lớn đạt mức độ cao hơn ở các tiêu chí liên quan đến giao tiếp (cả 10 nhóm đạt mức độ 2 trở lên và có 2 nhóm đạt mức độ 3 và 4) và cả 10 nhóm đều thấp nhất ở tiêu chí nguồn sử dụng (đạt mức độ 1), các nhóm không chỉ rõ nguồn thông tin được trích dẫn cũng như các số liệu ban đầu được tham khảo từ nguồn nào. Những chủ đề toán trong bài làm của các nhóm xuất hiện khá phong phú (7 nhóm đạt mức độ 2 trở lên). Các tiêu chí xác định giả định, giải thích kết quả, quy trình toán học, biểu diễn toán học và tiêu chí biện luận hầu hết đạt mức độ 3, chỉ có tiêu chí đặt vấn đề và phân biện mô hình ở một số nhóm đạt mức độ 2. Điều này cho thấy khó khăn của HS khi thực hiện MHHTH là xác định được mô hình toán học.

Hơn nữa, khi phân tích quy trình MHHTH từ bài làm của các nhóm, có 04 nhóm đã chuyển từ mô hình thực tế sang mô hình thực và thiết lập mô hình toán là giải hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn, 03 nhóm thiết lập mô hình tính toán lợi nhuận thông qua các phép tính toán đại số và 03 nhóm còn lại xác định mô hình toán học chưa rõ ràng. Những nhóm đã xác định được mô hình toán học sẽ giải quyết được các vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập và đánh giá được lời giải trong ngữ cảnh thực tế. Khi được hỏi về cách thiết lập mô hình toán học trong báo cáo của các nhóm, các em cho rằng cần phải xâm nhập thực tế để tìm hiểu mô hình làm vườn của người nông dân, nắm bắt các thông tin về trồng cây hoa màu, chi phí làm đất, thuê nhân công, mua hạt giống, tưới tiêu,...; cần đơn giản hoá giả thiết, loại bỏ yếu tố gây nhiễu, liên hệ các kiến thức toán đã học ở nhà trường để xác định được mô hình toán học.

3. Kết luận

Kết quả nghiên cứu của bài báo đã sử dụng đánh giá định tính và định lượng để đánh giá năng lực MHHTH của HS thông qua thực nghiệm sư phạm. Sử dụng quy minh hoá của Kaiser (2007) và thang đo Rubric đã giúp cho việc đo lường năng lực MHH của HS một cách chi tiết, rõ ràng và cụ thể hơn. Với các mức độ đạt được có thể dễ dàng đánh giá những kết quả HS đã làm được cũng như hạn chế ở tiêu chí nào.

Tích hợp các nhiệm vụ dự án vào lớp học là cơ hội để HS trải nghiệm giải quyết các vấn đề thực tế dài hạn hơn (so với các nhiệm vụ diễn ra trong lớp học), cũng như học tập hợp tác giúp các em tìm tòi, phát hiện phương án giải quyết vấn đề và liên hệ thực tiễn, từ đó có thể phát triển năng lực MHHTH. Nghiên cứu có thể phát triển theo hướng tích hợp các nhiệm vụ dự án liên môn, kết hợp giữa toán học, thực tiễn và các môn học khác.

Tài liệu tham khảo

- Blum, W., Galbraith, P.L., Henn, H-W., & Niss, M. (2007). *Modelling and applications in mathematics education*. The 14th ICMI Study. Springer.
- Bộ GD-ĐT (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).
- Đỗ Thị Thanh (2020). Dạy học giải bài toán Xác suất nhằm phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho sinh viên khối ngành Kỹ thuật Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội. *Tạp chí Giáo dục, số đặc biệt kì 1 tháng 5*, 131-137.
- Greer, B., & Verschaffel, L. (2007). *Modelling competencies-Overview*. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.). *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 219-224). New York: Springer.
- Kaiser, G. (2007). *Modelling and modelling competencies in school*. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.). *Mathematical modelling: Education, engineering and economics* (pp. 110-119) (ICMA 12). Chichester: Horwood.
- Kaiser, G., & Brand, S. (2015). *Modelling competencies: Past development and further perspectives*. In G. A. Stillman, W. Blum, & M. S. Biembengut (Eds.). *Mathematical modelling in education research and practice* (pp. 129-149). Cham: Springer.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies?. *ZDM*, 38(2), 113-142. doi:10.1007/bf02655885.
- Nguyễn Danh Nam (2016). *Phương pháp mô hình hóa trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông*. NXB Đại học Thái Nguyên.
- Niss, M. (1987). Applications and Modelling in the Mathematics Curriculum - State and Trends. *Int. J. Math. Educ Sci Technol.*, 18, 487-505.
- Palm, T. (2009). *Theory of authentic task situations*. Words and worlds: Modelling verbal descriptions of situations (pp. 3-20). Rotterdam/Boston/Taipei: Sense Publishers.
- Pollak, H. O. (1979). *The interaction between Mathematics and other school subjects*. New Trends in Mathematics Teaching, IV, Paris: UNESCO.
- Tran, D., Nguyen, N. T. D., Nguyen, T. T. A., & Ta, T. M. P. (2019). Bridging to Mathematical Modelling: Vietnamese students' response to different levels of authenticity in contextualized tasks. *JMEST*, ISSN 0020-739X (Print), 1464-5211 (Online). DOI: 10.1080/0020739X.2019.1648890.
- Tran, D., Ta, T. M. P., Nguyen, T. T. A., Nguyen, T. D., & Nguyen, G. N. T. (2016). *Authenticity of tasks and students' problem solving*. Paper in TSG 21: Mathematical applications and modeling in the teaching and learning of mathematics, the 13th International Congress on Mathematical Education (ICME), Hamburg, Germany.