

PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC SUY LUẬN NGOẠI SUY CHO HỌC SINH LỚP 5 TRONG DẠY HỌC CHỦ ĐỀ HÌNH HỌC

LÊ MẠNH HÀ^{1,*}, VÕ ANH TUẤN²

¹Khoa Giáo dục Tiểu học, Trường Đại học Sư phạm, Đại học Huế

²Trường Tiểu học Thuận An, Huế

*Email: lemanhha@dhsphue.edu.vn

Tóm tắt: Bài báo trình bày tầm quan trọng của việc phát triển năng lực suy luận cho học sinh Tiểu học, đặc biệt là suy luận ngoại suy. Với phương pháp dạy học hợp tác (Collaborative Learning), bài báo khẳng định vai trò quan trọng của phép suy luận ngoại suy trong quá trình học sinh giải quyết các bài toán hình học. Bài báo cũng xác định một số biểu hiện của năng lực ngoại suy và một số tiếp cận sư phạm nhằm phát triển các biểu hiện này góp phần phát triển tư duy sáng tạo và tích cực trong việc học của học sinh. Kết quả thực nghiệm đã khẳng định được tính khả thi của việc phát triển năng lực suy luận ngoại suy cho các học sinh trong quá trình thực nghiệm sư phạm, hỗ trợ dạy học các yếu tố hình học ở Tiểu học.

Từ khóa: Năng lực suy luận, suy luận ngoại suy, các yếu tố hình học.

1. MỞ ĐẦU

Giáo dục và đào tạo (GDĐT) luôn được coi là quốc sách hàng đầu, là sự nghiệp của Đảng, Nhà nước và của toàn dân. Đầu tư cho giáo dục là đầu tư phát triển, được ưu tiên đi trước trong các chương trình, kế hoạch phát triển kinh tế – xã hội.

Năm 2018, Bộ GDĐT đã ban hành và hiện nay đang triển khai Chương trình giáo dục phổ thông tổng thể cũng như chương trình các môn học trong chương trình giáo dục phổ thông mới [1].

Chương trình phổ thông mới thay đổi căn bản cách tiếp cận từ “theo nội dung” sang theo hướng “phát triển năng lực và phẩm chất”, dạy học “tích hợp” ở cấp dưới, dạy “phân hóa” ở cấp trên, tăng cường các môn tự chọn.

Trong Chương trình giáo dục phổ thông (GDPT) mới, Toán là môn học bắt buộc từ lớp 1 đến lớp 12. Nội dung Giáo dục (GD) Toán học được phân chia theo hai giai đoạn: GD cơ bản và GD định hướng nghề nghiệp. Chương trình môn Toán trong cả hai giai đoạn có cấu trúc tuyến tính kết hợp với “đồng tâm xoay ốc” (đồng tâm, mở rộng và nâng cao dần), xoay quanh và tích hợp ba mạch kiến thức: Số, Đại số và một số yếu tố Giải tích; Hình học và Đo lường; Thống kê và Xác suất.

Giáo dục toán học góp phần hình thành và phát triển cho học sinh (HS) những phẩm chất chủ yếu, năng lực chung và năng lực toán học với các thành tố cốt lõi là: năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hóa toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực giao tiếp toán học, năng lực sử dụng các công cụ và phương tiện học toán; phát triển kiến thức, kỹ năng then chốt và tạo cơ hội để học sinh được trải nghiệm, áp dụng toán học vào đời sống thực tiễn. Giáo dục toán học tạo dựng sự kết nối giữa các ý tưởng toán học, giữa Toán học với các môn học khác và giữa Toán học với đời sống thực tiễn. Giáo

đục toán học được thực hiện ở nhiều môn học như Toán, Vật lý, Hoá học, Sinh học, Công nghệ, Tin học, Hoạt động trải nghiệm,... trong đó Toán là môn học cốt lõi.

Năng lực suy luận là một trong những biểu hiện cốt lõi của năng lực tư duy và lập toán học trong đó suy luận ngoại suy được coi là công cụ hỗ trợ khả năng sáng tạo của HS. Suy luận ngoại suy là một dạng suy luận đóng vai trò quan trọng trong quá trình phân tích giả thuyết và phát hiện các ý tưởng chứng minh toán học. Đặc biệt trong hình học, suy luận ngoại suy giúp học sinh tìm ra những ý tưởng mới và định hướng cho việc chuyển tiếp từ lập luận ngoại suy sang chứng minh dạng suy diễn [9, 12].

2. NĂNG LỰC SUY LUẬN NGOẠI SUY

2.1. Quan niệm về năng lực suy luận

Suy luận là một quá trình sử dụng các tri thức đã biết để đi đến kết luận, đưa ra dự đoán hay xây dựng các giải thích. Peirce (1960) cho rằng có ba dạng suy luận cơ bản là suy diễn, quy nạp và ngoại suy.

2.1.1. Suy luận diễn dịch và suy luận quy nạp

Trong logic học hiện đại, suy luận diễn dịch (hay suy diễn) được coi là suy luận theo những qui tắc nhất định, do đó tính đúng đắn của kết luận được rút ra một cách tất yếu từ tính đúng đắn của tiền đề. Nói cách khác, suy luận diễn dịch là suy luận theo qui tắc logic, vì thế bảo đảm rằng: Nếu xuất phát từ những tiền đề đúng thì kết luận nhất thiết cũng phải đúng.

Như vậy, có thể hiểu suy diễn (hay suy luận diễn dịch) là loại suy luận trong đó có những quy tắc tổng quát xác định rằng: nếu thừa nhận tiền đề (có một cấu trúc xác định nào đó) là đúng thì kết luận (có một cấu trúc xác định nào đó) cũng phải đúng. Như vậy, suy diễn là loại suy luận trong đó tư tưởng đi từ nguyên lí chung đến kết luận riêng biệt.

Suy luận quy nạp là suy luận trong đó từ việc nhận thấy sự lặp đi lặp lại của một tính chất nào đó ở một số đối tượng thuộc một lớp nhất định người ta rút ra kết luận chung rằng toàn bộ các đối tượng thuộc lớp đó đều có tính chất đã nêu.

Trong suy luận quy nạp người ta đi từ nhiều cái riêng đến cái chung. Điều này giúp con người có thể khái quát được các trường hợp riêng rẽ quan sát thấy trong khoa học và trong cuộc sống thành các quy luật chung, nghĩa là phát hiện ra các quy luật khách quan sau khi quan sát thấy nhiều biểu hiện cụ thể của chúng.

Polya (1968) đưa ra một số kết cấu của suy luận quy nạp, chẳng hạn nếu A suy ra B đúng và B đúng thì A trở nên đáng tin cậy hơn. Kết cấu thể hiện một niềm tin rằng sự kiểm tra của một dãy các trường hợp sẽ đưa ra một giả thuyết đáng tin cậy hơn. Một kết cấu phức tạp hơn có thể kể đến là nếu A suy ra B_{n+1} đúng, trong đó B_{n+1} khác xa so với một dãy B_1, B_2, \dots, B_n đã được kiểm chứng của A đồng thời B_{n+1} đúng thì giả thuyết A càng đáng tin cậy hơn nữa. Ngược lại, nếu B_{n+1} rất giống với dãy B_1, B_2, \dots, B_n ở trước A thì A chỉ đáng tin cậy ít hơn [2].

Có hai loại quy nạp là *quy nạp hoàn toàn* và *quy nạp không hoàn toàn*:

Quy nạp không hoàn toàn là phép quy nạp mà kết luận chung chỉ dựa vào một số trường hợp cụ thể đã được xét đến. Kết luận chỉ có tính chất ước đoán. Kết luận rút ra từ phép quy nạp không hoàn toàn chỉ có tính chất ước đoán, không đáng tin cậy.

Quy nạp hoàn toàn là phép suy luận nhằm rút ra kết luận chung về tất cả các trường hợp cụ thể đã được xét đến. Kết luận thu được từ quy nạp hoàn toàn luôn đúng, do đó quy nạp hoàn toàn thực chất là một phép chứng minh.

2.1.2. Suy luận ngoại suy

Nhà triết học Mỹ, C. S. Peirce [3] đã sử dụng thuật ngữ “ngoại suy” để chỉ loại suy luận liên quan đến việc tạo dựng và đánh giá của việc giải thích các giả thuyết. Thuật ngữ này ít quen thuộc so với “suy diễn”, “quy nạp”. Ngoại suy là một loại của suy luận có lý trong đó tạo nên những giả thuyết để giải thích các hiện tượng, kết quả, phát hiện với tính không chắc chắn. Ví dụ kinh điển về các loại suy luận của Pierce liên quan đến các hạt đậu như sau: (Pierce)

Suy diễn	Quy nạp	Ngoại suy
<i>Quy luật:</i> Tất cả các hạt đậu ở cái túi này đều có màu trắng <i>Trường hợp:</i> Các hạt đậu lấy ra từ cái túi này <i>Kết luận:</i> Các hạt đậu này có màu trắng	<i>Trường hợp:</i> Các hạt đậu lấy ra từ cái túi này <i>Kết luận:</i> Các hạt đậu này có màu trắng <i>Quy luật:</i> Tất cả các hạt đậu ở cái túi này đều có màu trắng	<i>Quy luật:</i> Tất cả các hạt đậu ở cái túi này đều có màu trắng <i>Kết luận:</i> Các hạt đậu này có màu trắng <i>Trường hợp:</i> Các hạt đậu lấy ra từ cái túi này

Như vậy có thể hiểu ngoại suy (SLNS) là quá trình suy luận nhằm đưa ra giả thuyết tốt nhất để giải thích cho một kết quả quan sát được. Có nhiều cách phân loại các loại SLNS. Theo Eco (1983), người ta phân biệt ba loại lập luận ngoại suy thường sử dụng trong quá trình chứng minh đó là: *ngoại suy đơn tuyến*, *ngoại suy đa tuyến* và *ngoại suy sáng tạo*. *Ngoại suy đơn tuyến* xảy ra khi người lập luận chỉ xác định được một quy tắc suy luận hay một “luận chứng” để từ đó suy ra kết luận, còn *ngoại suy đa tuyến* xảy ra khi người lập luận phải lựa chọn trong tập hợp nhiều hơn một quy tắc suy luận hay “luận chứng”. *Ngoại suy sáng tạo* xảy ra khi người lập luận chưa xác định được bất cứ “luận chứng” nào để đi đến kết luận và buộc phải sáng tạo thêm các “luận chứng” mới.

2.2. Năng lực suy luận ngoại suy

2.2.1. Khái niệm

Từ các cách hiểu về khái niệm năng lực suy luận, các nghiên cứu về ngoại suy có thể hiểu năng lực ngoại suy trong hoạt động toán học của HS như sau:

Năng lực SLNS là năng lực hoạt động của chủ thể nhằm tìm ra giả thuyết tốt nhất để giải thích cho kết quả quan sát được. Kết quả của SLNS là một giả thuyết và tính đúng đắn của nó cần được chứng minh.

2.2.2. Các biểu hiện của năng lực suy luận ngoại suy ở HS Tiểu học

Thông qua nghiên cứu về năng lực suy luận, SLNS kết hợp với quá trình thực nghiệm, phân tích suy luận của các nhóm HS, chúng tôi xác định một số biểu hiện của năng lực SLNS:

a. Biểu hiện 1: Khả năng quan sát những biểu diễn trực quan để đưa ra những giả thuyết mới và tiến hành tổng quát hóa

Theo Arcavi (2003): Trực quan hóa là quá trình và sản phẩm của sự sáng tạo, giải thích, sử dụng và phản ánh dựa trên các hình vẽ (hay hình ảnh sơ đồ...) trong đầu chúng ta, trên giấy hay trên các công cụ khoa học công nghệ. Trực quan hóa nhằm mô tả giao tiếp thông tin, tư duy và phát triển các ý tưởng chưa biết trước đó để hiểu.

Các biểu diễn trực quan như hình vẽ, đồ thị, sơ đồ, bảng biểu được xem là công cụ để trực quan hóa nhằm giúp HS hiểu được các đối tượng trừu tượng. Biểu diễn trực quan được thừa nhận như là một thành phần chính của SLNS. Nó định hướng và hỗ trợ tích cực cho quá trình giải quyết vấn đề. Đặc biệt là biểu diễn trực quan động với sự hỗ trợ của máy tính đã và đang có nhiều đóng góp trong việc khám phá tri thức mới [5].

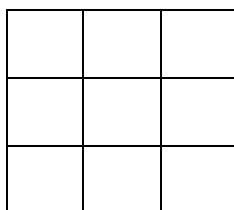
b. Biểu hiện 2: Khả năng phát hiện quy luật hay tính chất toán học nhờ việc sử dụng quy nạp

Khi phải khám phá một quy luật hay tính chất toán học để đưa ngay ra kết quả là một việc khó khăn. HS sử dụng ngoại suy để bước đầu khám phá giả thuyết mang tính thăm dò nhằm giải thích cho một số trường hợp đã biết. Sau đó HS mở rộng giả thuyết ngoại suy này bằng cách kiểm chứng cho các trường hợp chưa biết bằng suy luận quy nạp nhằm tăng cường tính có lí của các giả thuyết hay tiến hành một phép SLNS khác khi có một phản ví dụ hay khi tổng quát hóa nên là quá khó. SLNS sẽ hỗ trợ suy luận quy nạp tìm ra một giả thuyết mang tính tổng quát hóa nhằm giải quyết nhiệm vụ đặt ra.

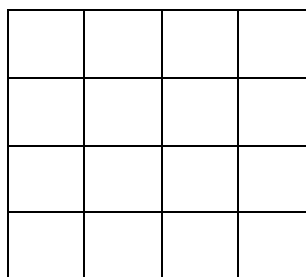
Ví dụ 1: Có bao nhiêu hình vuông ở hình thứ 10.



Hình 1



Hình 2



Hình 3

Ở bài toán này, trước hết HS phải đếm được số hình vuông ở các hình đầu tiên. Tuy nhiên, nếu chỉ đếm bằng mắt thường sẽ rất khó khăn khi đếm đến hình thứ 3 và bài toán trở nên phức tạp hơn. Để giải quyết được bài toán HS phải sử dụng ngoại suy để bước đầu khám phá giả thuyết mang tính thăm dò nhằm giải thích cho các trường hợp đầu tiên. Chẳng hạn, hình 1 sẽ có tất cả $1 + 4 = 5$ hình vuông trong đó có 4 hình vuông cạnh 1 và 1 hình vuông cạnh 2; ở đây HS có thể tạm phân loại hình vuông theo độ dài của cạnh. Hình 2 sẽ có tất cả $1 + 4 + 9 = 14$ hình vuông trong đó có 9 hình vuông cạnh 1, 4 hình vuông cạnh 2 và 1

hình vuông cạnh 3. Tương tự, hình 3 sẽ có tất cả $1 + 4 + 9 + 16 = 30$ hình vuông. Sau đó HS mở rộng giả thuyết ngoại suy này bằng cách kiểm chứng cho các trường hợp chưa biết bằng suy luận quy nạp. Ở đây, bằng suy luận quy nạp nếu HS xác định được hình thứ 10 có 11×11 hình vuông cạnh 1 thì coi như bài toán được giải quyết với kết quả có tất cả $1 + 4 + 9 + 16 + 25 + \dots + 121 = 470$ hình vuông.

c. Biểu hiện 3: Khả năng xác định căn cứ ở mỗi bước lập luận

Đây là khả năng mà HS sử dụng căn cứ của mỗi bước lập luận trong trình bày lời giải bài toán. Các căn cứ chính là định nghĩa, định lý hay tiêu đề được thừa nhận đưa vào trong các bước lập luận chứng minh của các em.

d. Biểu hiện 4: Khả năng kiểm tra, đánh giá các giả thuyết dựa vào các suy luận

Trong quá trình HS lập luận để tìm ra cách giải quyết các vấn đề đặt ra, HS sẽ đưa ra các giả thuyết dựa vào quan sát của mình, các giả thuyết có thể đúng có thể sai. HS cần phải hiểu và áp dụng các quy tắc như các tam đoạn luận phổ biến, quy tắc kết luận từ mệnh đề phổ biến,... để kiểm tra tính đúng đắn của giả thuyết mình đặt ra. Nếu giả thuyết đúng HS sẽ tiếp tục con đường còn nếu sai HS phải bác bỏ giả thuyết để tìm ra con đường chứng minh khác.

e. Biểu hiện 5: Khả năng chuyển từ lập luận ngoại suy sang chứng minh hình học

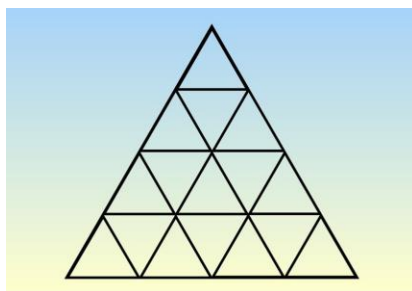
Nếu quy trình lập luận của HS sử dụng các SLNS nhất là ngoại suy đa tuyến và ngoại suy sáng tạo thì việc xây dựng chứng minh suy diễn là không dễ dàng với HS. HS thường gặp khó khăn trong việc chuyển đổi cấu trúc từ quá trình lập luận sang chứng minh.

3. VAI TRÒ CỦA SUY LUẬN NGOẠI SUY TRONG CHỨNG MINH HÌNH HỌC

Peirce (1960), Gallo (1994) và Magnani (1997) cho rằng quá trình chứng minh hình học sử dụng lập luận ngoại suy tuân theo các bước sau:

- Bước 1: (Quan sát, lập luận quy nạp, tạo giả thuyết) Người học quan sát các hiện tượng trên hình vẽ và thành lập giả thuyết.
- Bước 2: (Lập luận ngoại suy) Người học tìm tòi các dữ kiện, lựa chọn các quy tắc hay phương pháp để giải thích và kiểm chứng các giả thuyết đã đưa ra dựa trên kinh nghiệm cá nhân và suy luận toán học.
- Bước 3: (Lập luận suy diễn và quy nạp) Chuyển tiếp các lập luận dùng để kiểm chứng các giả thuyết sang các lập luận suy diễn (để hoàn thành chứng minh) hay các lập luận quy nạp (để kiểm tra lại kết quả).

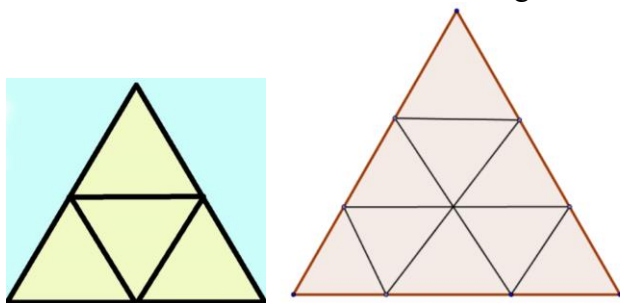
Ví dụ 2: Có bao nhiêu hình tam giác trong hình dưới đây?



Đối với bài toán này HS có thể lập luận ngoại suy theo 3 bước như sau:

Trước hết, HS quan sát hình vẽ và phân loại xem có bao nhiêu loại tam giác trong hình (Bước 1). Nếu HS biết cách phân loại tam giác theo cỡ, chẳng hạn theo “số tầng” thì xem như đã cơ bản thành lập được giả thuyết ở bước 1.

Ở bước tiếp theo (lập luận ngoại suy), để xác định được quy tắc hay phương pháp đếm hình, HS nên thực hành ở các hình tương tự có cỡ bé hơn. Chẳng hạn như các hình dưới:



Đối với các hình này HS dễ dàng đếm được bằng mắt thường tổng số hình tam giác lần lượt là 5 và 13. Tuy nhiên, để phát hiện được quy tắc đếm số tam giác theo số tầng và hướng của tam giác thì cần có kinh nghiệm cá nhân.

Cuối cùng, bằng lập luận suy diễn và quy nạp (bước 3), HS dễ dàng giải được bài toán sau khi phát hiện ra quy tắc. Khi HS đã nắm được quy tắc và công thức tính. GV có thể đề xuất các bài toán tổng quát hơn, chẳng hạn tăng số tầng các tam giác.

3.1. Giải thích các giả thuyết hiện tượng quan sát được

SLNS có vai trò quan trọng trong việc lí giải nguồn gốc của các kết quả khoa học, lí giải các hiện tượng quan sát được nhằm đưa ra một phương án giải thích tốt nhất. Đặc biệt, trong quá trình dạy học môn Hình học ở phổ thông theo quan điểm lí thuyết kiến tạo, SLNS thường xuất hiện ẩn tàng trong quá trình hình thành tri thức mới thông qua việc quan sát các tình huống, các hiện tượng cần giải thích. Vì vậy, GV cần xây dựng tình huống thực nghiệm, giúp HS tạo ra các giả thuyết cần được kiểm chứng và sử dụng các phương pháp giải toán khác nhau. Qua đó, HS rèn luyện kĩ năng SLNS trong quá trình chứng minh các bài toán hình học.

3.2. Chuyển sang chứng minh suy diễn

SLNS đóng vai trò quan trọng trong quá trình chuyển tiếp từ lập luận ngoại suy sang chứng minh suy diễn hình học. Điều này dẫn đến HS phải thành lập các giả thuyết trước khi dùng SLNS đa tuyến và đơn tuyến để kiểm chứng lại chúng. Tuy nhiên, hầu hết các HS đều gặp khó khăn trong việc chuyển tiếp từ SLNS sang chứng minh suy diễn. Đây chính là chướng ngại về mặt cấu trúc giữa SLNS và chứng minh suy diễn. Mức độ khó khăn trong quá trình chuyển tiếp được nâng dần từ ngoại suy đơn tuyến đến ngoại suy sáng tạo. Nếu các HS nhận ra được cấu trúc của quá trình SLNS và sử dụng phép suy ngược lùi thì việc viết chứng minh suy diễn lại trở nên dễ dàng hơn.

4. PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC SUY LUẬN NGOẠI SUY CHO HỌC SINH

Qua nghiên cứu, phân tích quá trình thực nghiệm chúng tôi đề xuất một số tiếp cận sư phạm phát triển năng lực suy luận ngoại suy cho học sinh như sau:

4.1. Xây dựng một số bài toán hình học kết thúc mở nhằm phát triển năng lực suy luận ngoại suy cho HS

Từ những năm 1971-1976, các bài toán kết thúc mở đã trở thành một công cụ để đánh giá tư duy bậc cao trong toán học. Theo Phehkonen (1997), Bài toán đóng là dạng bài toán có cấu trúc hoàn chỉnh, một câu trả lời đúng luôn được xác định rõ ràng từ những giả thiết vừa đủ được cho trong tình huống. Trong khi đó, bài toán kết thúc mở có “cấu trúc yếu” với rất ít điều kiện ràng buộc trong các dữ liệu được cung cấp và mang lại cho HS nhiều cách tiếp cận khác nhau. Thông thường, các bài toán kết thúc mở đưa ra những tình huống và yêu cầu HS thêm giả thuyết vào bài tập để một tính chất nào đó được thỏa mãn, giải thích các kết quả, tạo ra bài tập mới có liên quan hay tổng quát hóa Bài tập.

Theo Foong, một bài tập kết thúc mở cần nêu được một số đặc điểm sau:

- + Tạo cơ hội cho HS thể hiện sự nắm vững kiến thức, sao cho tất cả HS đều có khả năng tìm được câu trả lời;
- + Đưa ra những thách thức đối với quá trình tư duy và suy luận của HS;
- + Cho phép HS áp dụng nhiều cách tiếp cận và chiến lược khác nhau để đi đến lời giải bài tập.

Với đặc điểm của một bài toán kết thúc mở như vậy, các bài toán kết thúc mở đáp ứng tốt để thúc đẩy HS tiến hành SLNS để giải quyết vấn đề vì SLNS diễn ra là khi HS được đặt trong một môi trường có vấn đề và kết luận đưa ra là từ những dữ liệu đã cho vẫn còn là điều nghi vấn, đòi hỏi HS tự đề xuất các giả thuyết, tìm kiếm các cách lí giải phù hợp.

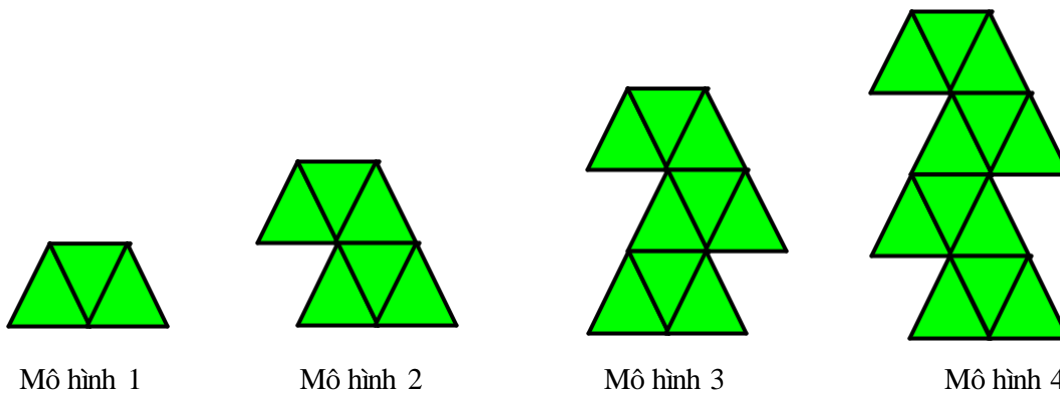
Theo Mogetta, một bài toán hình học kết thúc mở được nhận ra bởi các đặc điểm sau [6]:

- Phát biểu bài toán thường chỉ là những mô tả rất ngắn gọn về các bước dựng hình theo trình tự và không đề nghị bất cứ một phương pháp giải cụ thể nào.
- Khác với dạng câu hỏi đóng truyền thống như “Chứng tỏ rằng...”, các bài toán hình học kết thúc mở thường yêu cầu HS tự đề xuất giả thuyết. Các câu hỏi của bài toán thường được diễn đạt dưới dạng: “Em tìm thấy mối quan hệ nào giữa...”, “Trong điều kiện nào thì...?”, “Hình tiếp theo sẽ là...?”.

- Trong khi các bài toán truyền thống yêu cầu HS chứng minh một kết quả đúng đã được khẳng định từ trước, các bài toán hình học kết thúc mở chứa đựng yếu tố mở theo quan điểm khuyến khích suy nghĩ “phân kì” của HS. HS được tự do khám phá và suy luận để đưa ra nhiều giả thuyết khác nhau, đánh giá chúng để chọn một giả thuyết tốt nhất trước khi tìm kiếm con đường chứng minh. Do đó, ngay cả khi bài toán được xem là chỉ có một câu trả lời đúng, nó cũng đem lại một hướng tiếp cận “mở” cho HS ngay từ đầu qua việc tạo điều kiện cho các em thoải mái thể hiện năng lực toán học ở các mức độ khác nhau tùy theo trình độ của từng cá nhân. Bài toán kết thúc mở giúp HS được tự do khám phá và suy luận để đưa ra nhiều giả thuyết khác nhau, đánh giá chúng để chọn một giả thuyết tốt nhất trước khi tìm kiếm con đường chứng minh.

Biện pháp này giúp HS phát triển khả năng quan sát những biểu diễn trực quan đưa ra những giả thuyết mới và tiến hành tổng quát hóa, khả năng xác định căn cứ ở mỗi bước lập luận của HS, khả năng chuyển từ lập luận ngoại suy sang chứng minh hình học.

Ví dụ 3: Bạn An sử dụng các hình tam giác xếp thành các mô hình như sau:



Các câu hỏi kết thúc mở GV có thể đặt ra giúp HS phát triển khả năng suy luận ngoại suy như sau.

Câu hỏi 1: Quan sát các mô hình trên, em phát hiện được điều gì?

Câu hỏi 2: Lập bảng thể hiện mối liên hệ giữa các mô hình với số tam giác tương ứng.

Câu hỏi 3: Nếu tiếp tục sắp xếp như trên bạn An sẽ phải dùng bao nhiêu tam giác cho mô hình 7 của mình?

Câu hỏi 4: Giải thích tại sao câu trả lời cho câu hỏi 3 là đúng?

Câu hỏi 5: Tìm quy luật sắp xếp các tam giác?

Câu hỏi 6: Giải thích tại sao câu trả lời cho câu hỏi 5 là đúng?

Câu hỏi 7: Dãy số thể hiện số các tam giác trong 6 mô hình đầu tiên là gì?

Câu hỏi 8: Giải thích cho câu trả lời số 7.

Ví dụ 4: Một tháp bia hơi đựng 3 lít bia.

Câu hỏi 1: Hãy lập bảng mô tả mối liên hệ giữa số tháp bia và số lít bia tương ứng

Số tháp bia (n)	1	2	3	4	5
Số lít bia (m)	3	6	9	12	15

Câu hỏi 2: Có bao nhiêu lít bia đựng trong 4 tháp bia?

Câu hỏi 3: Có bao nhiêu lít bia đựng trong 6 tháp bia?

Câu hỏi 4: 6 người uống hết 8 tháp bia. Vậy 3 người uống hết mấy lít bia?

4.2. Cung cấp lý luận phương pháp về các quy tắc SLNS

Trong các dạng ngoại suy được sử dụng để phân tích các hoạt động toán học mà HS sử dụng để chứng minh đòi hỏi HS cần tìm kiếm nhiều thông tin để tham gia trong quá trình lập luận. Vì vậy quy tắc được HS tạo ra trong quá trình lập luận phải chính xác. Nếu quy tắc được HS tạo ra là sai thì sẽ dẫn đến một chứng minh sai. Vì vậy việc rèn luyện cho HS các quy tắc logic là rất quan trọng trong việc phát triển năng lực SLNS.

GV có thể cho HS thực hiện theo các bước sau:

- Bước 1: Xây dựng cách chứng minh
- Bước 2: Trình bày lời giải
- Bước 3: Nghiên cứu sâu lời giải

Biện pháp này giúp HS phát triển khả năng xác định căn cứ ở mỗi bước lập luận của HS, khả năng kiểm tra đánh giá các giả thuyết dựa vào các suy luận.

Để rèn luyện cho HS khả năng dự đoán đưa ra các giả thuyết các tính chất, quy luật, các định lí, tự mình phát hiện ra vấn đề khi giải các bài tập cần rèn luyện cho HS các thao tác tư duy như phân tích, tổng hợp, so sánh, đặc biệt hóa, khái quát hóa...

- Phân tích là tách một hệ thống thành các vật, một vật thành các bộ phận. Phân tích còn là việc tìm mối liên hệ giữa cái phải tìm và cái đã cho, giữa cái chưa biết và cái đã biết.
- Tổng hợp là liên kết các bộ phận thành một vật, các vật thành một hệ thống. Tổng hợp còn là việc tìm mối liên hệ giữa cái đã biết và cái chưa biết, giữa cái đã cho và cái phải tìm.
- So sánh là xác định sự giống và khác nhau giữa các sự vật và hiện tượng.
- Khái quát hóa là chuyển từ một tập hợp đối tượng sang tập lớn hơn tập ban đầu bằng cách nêu bật một số đặc điểm chung của các phần tử trong tập hợp xuất phát.
- Đặc biệt hóa là chuyển từ việc nghiên cứu một tập hợp đối tượng đã cho sang nghiên cứu một tập hợp nhỏ hơn chứa trong tập đã cho.
- Trừu tượng hóa là nêu bật, tách những đặc điểm bản chất khỏi những đặc điểm không bản chất.

Ví dụ 5: Xếp 8 hình lập phương nhỏ có cạnh 4 cm thành một hình lập phương lớn rồi sơn tất cả các cạnh của hình lập phương lớn. Hỏi mỗi hình lập phương nhỏ có mấy mặt được sơn và diện tích được sơn của mỗi hình lập phương nhỏ là bao nhiêu?

Ở bài toán này HS phải hình dung được việc xếp 8 hình lập phương nhỏ thành 1 hình lập phương lớn thì xếp thành 2 tầng, mỗi tầng gồm 4 hình lập phương nhỏ, vì thế mỗi hình lập phương nhỏ đều có 3 mặt được ghép với các hình lập phương khác. Các mặt được ghép không được sơn. Vì hình lập phương có 6 mặt nên số mặt được sơn là: $6 - 3 = 3$ (mặt). Từ đó tính được diện tích một mặt của hình lập phương nhỏ là: $4 \times 4 = 16$ (cm²). Suy ra, diện tích mỗi hình lập phương nhỏ được sơn là: $16 \times 3 = 48$ (cm²).

Đối với các bài toán này GV có thể sử dụng các phần mềm biểu diễn trực quan động giúp HS dễ hình dung hơn từ đó HS tự tìm tòi khám phá lời giải.

Đến khi gặp bài toán tương tự với việc sắp xếp số hình lập phương nhiều hơn HS có thể tự đề xuất lời giải bằng suy luận ngoại suy. Chẳng hạn, xét ví dụ tương tự sau

Ví dụ 6: Có 27 hình lập phương, mỗi hình có thể tích 8 cm³. Xếp 27 hình đó thành một hình lập phương lớn. Hỏi hình lập phương lớn có cạnh là bao nhiêu?

Đối với bài này trước hết HS dễ dàng tìm được mỗi hình lập phương nhỏ có cạnh bằng 2 cm. Nếu ở bài trên 8 hình lập phương xếp thành hai tầng thì ở bài này 27 hình lập phương nhỏ sẽ được xếp thành một hình lập phương lớn có 3 tầng, mỗi tầng có 3 hàng và mỗi hàng có 3 hình lập phương nhỏ. Nên cạnh của hình lập phương lớn là : $2 \times 3 = 6$ (cm).

4.3. Phân tích thực nghiệm

Chúng tôi cho HS hai lớp 5/1 (40 HS) và lớp 5/2 (40 HS) của Trường Tiểu học số 1 Thuận An giải bài toán ở ví dụ 1, đếm số hình tam giác. Kết quả phân tích lời giải bài toán chúng tôi thu được: Tại lớp đối chứng 5/2 có 10 HS (25%) phân loại được số tam giác theo cỡ, 4 HS (10%) phân loại được số tam giác theo hướng nhưng không có em nào đếm đủ số tam giác có trong hình. Trong khi đó, bằng lập luận ngoại suy, tại lớp thực nghiệm 5/1 có đến 20 HS (50%) phân loại được số tam giác theo cỡ, có 16 HS (40%) phân loại được số tam giác theo hướng, có 8 HS (20%) phân loại được số tam giác theo cả cỡ và hướng, có 6 HS (15%) đếm đủ số tam giác và có 3 HS (7,5%) giải được bài toán mới với số tầng tam giác nhiều hơn.

Như vậy, kết quả thực nghiệm cho thấy vai trò quan trọng của việc phát triển suy luận ngoại suy cho HS. Suy luận ngoại suy giúp HS hiểu bài một cách sâu sắc hơn, xác định được các căn cứ trong các bước lập luận của mình để tìm ra lời giải, rèn luyện các thao tác tư duy và giải được các bài toán mới.

5. KẾT LUẬN

Kết quả nghiên cứu cho thấy suy luận ngoại suy có vai trò quan trọng trong việc phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học cho học sinh, một trong năm thành tố năng lực toán học cốt lõi cần hình thành và phát triển cho học sinh tiểu học. Giáo viên có thể xây dựng các bài toán kết thúc mở và xây dựng các biểu diễn trực quan giúp học sinh hình thành và phát triển các biểu hiện của năng lực suy luận ngoại suy.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Bộ Giáo dục và Đào tạo (2017). *Dự thảo chương trình giáo dục phổ thông tổng thể*. Hà Nội.
- [2] George Polya (1968). *Mathematics and plausible reasoning, Vol 2: Pattern of Plausible inference*, Princeton University Press.
- [3] Peirce, C. S. (1994). *The collected papers of Charles Sanders Peirce*, Vols. 1-6 ed. Charles Hartshorne & Paul Weiss, Vols. 78 ed. Arthur W. Bruks, Havard University Press, Massachusetts Hall, Cambridge, MA, USA.
- [4] Eco, U. (1983). *Horns, hooves, insteps: some hypotheses on three types of abduction*, In U. Eco 35 Elisabetta Ferrando, Abductive processes in conjecturing and proving, Thesis submitted to the Faculty of purdue University.
- [5] Laborde, C. (2000). Dynamic geometry environments as a source of rich learning contexts for the complex activity of proving. *Educational Studies in Mathematics*, vol.44, pp.151-161.
- [6] Magnani, L. (2001). *Abduction, reason, and science: processes of discovery and explanation*, Kluwer Academic Publishers, New York, USA.
- [7] Lê Ngọc Dung (2014). Suy luận quy nạp và SLNS của HS thể hiện trong quá trình thực hiện nhiệm vụ dự đoán toán học, *Tạp chí Giáo dục*, số 343.
- [8] Nguyễn Danh Nam (2013). Sử dụng SLNS trong quá trình chứng minh hình học, *Tạp chí Giáo dục*, số 319, tr.41-43.
- [9] Trương Thị Khánh Phương (2015). *Sử dụng biểu diễn trực quan hỗ trợ suy luận quy nạp và ngoại suy của HS mười lăm tuổi trong quá trình tìm kiếm quy luật toán*, Luận án Tiến sĩ Khoa học Giáo dục, Trường ĐHSP thành phố Hồ Chí Minh.
- [10] Trần Vui (2009). Biểu diễn trực quan trong việc học Toán, *Tạp chí Giáo dục*, số 227, tr.53-55.
- [11] George Polya (1962). *Mathematical discovery: on understanding, learning, and teaching problem solving*, Combined Edition, Wiley, New York, USA.
- [12] Nguyễn Đăng Minh Phúc (2013). *Tích hợp các mô hình thao tác động với môi trường dạy học Toán điện tử nhằm nâng cao khám phá kiến thức mới của học sinh*. Luận án Tiến sĩ Khoa học Giáo dục, Trường Đại học Vinh.

Title: DEVELOPMENT OF ABDUCTIVE REASONING COMPETENCY FOR PRIMARY SCHOOL STUDENTS IN TEACHING GEOMETRIC ELEMENTS AND MEASUREMENT

Abstract: The paper presents the importance of developing abductive reasoning competency for students at primary school. In fact of teaching, author confirms important role of abductive reasoning in teaching geometric elements. As result, author proposed the components of abduction competency and some pedagogical approaches with aim to develop creative thinking and the positive of students. The research results show the feasibility of developing abductive reasoning competence for students at primary schools.

Keywords: Abduction, abductive reasoning, teaching geometry elements, primary school.